



INSTRUCCIONES

- Responde solo a una de las dos opciones (OPCIÓN A/ OPCIÓN B).
- No está permitido el uso de calculadoras gráficas o programables.

OPCIÓN A

Parte A1: Responde a cada una de las tres preguntas que se plantean a continuación. Su valor total es de 6 puntos.

Pregunta A1.1. (1+1 puntos) Consideramos la función $f(x) = \frac{x(x+a)}{x^2-4}$, donde a es un cierto parámetro real.

- Determinar el valor de a si la recta tangente en $x = 0$ es paralela a la recta $y = \frac{x}{4} + 2018$. Dar la ecuación de la recta tangente en $x = 0$ para el valor obtenido de a .
- Tomando en $a = 2$, determinar las asíntotas de $f(x)$.

Pregunta A1.2. (0.5+1+0.5 puntos) La productora cinematográfica *Filmtropía* va a rodar tres películas familiares en los próximos meses. En cada una de ellas debe contratar actores, actrices e intérpretes infantiles. Cada día de rodaje tiene presupuestada una cantidad fija de dinero para pago de honorarios a los intérpretes. El número de actores y actrices es conocido pero el número de intérpretes infantiles es un valor t que puede variar. Las retribuciones de los actores y actrices se fijarán en función del número de intérpretes infantiles que se contraten. La distribución de intérpretes por película y el presupuesto diario aparecen en la tabla adjunta.

	Película uno	Película dos	Película tres
Actores	2	4	2
Actrices	1	4	3
Intérpretes infantiles	t	$3t - 2$	$2t - 1$
Presupuesto diario (en miles de euros)	17	40	27

- Plantea un sistema de ecuaciones que permita determinar los honorarios de cada intérprete por día de trabajo.
- Determina dichos honorarios.
- Como criterio para fijar el número de intérpretes infantiles se ha decidido que los actores y actrices deben cobrar lo mismo por cada día de trabajo. ¿Cuál será el número de intérpretes infantiles de cada película?

Pregunta A1.3. (1+1 puntos) En una fábrica de calzado de Arnedo, la producción diaria de pares de zapatos sigue una distribución normal con una desviación típica de 200 pares.

- Si la media de la producción fuese de 1200 pares de zapatos, ¿cuál sería la probabilidad de que la producción media de una muestra de 36 días superase los 1255 pares de zapatos?
- Si una muestra de 100 días de trabajo en la fábrica tiene una media de 1180 pares de zapatos, determinar un intervalo de confianza al 85% para la media de la producción.

(Véase la Tabla simplificada para la normal tipificada al final del examen.)



Parte A2: Responde a dos de las tres preguntas que se plantean a continuación. Su valor total es de 4 puntos.

Pregunta A2.1. (1+1 puntos) Consideramos un rectángulo cuyos lados miden x e y .

- Encontrar el rectángulo de perímetro mínimo, si las longitudes de los lados del rectángulo verifican la relación $xy^2 = 4$.
- Encontrar el rectángulo de área máxima, si las longitudes de los lados del rectángulo verifican la relación $x + 3y^2 = 1$.

Pregunta A2.2. (1+1 puntos) Consideremos la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3a + 2 & 2(a + 1) \\ -(a + 1) & -1 \end{pmatrix}.$$

- Determinar los valores de a para los que existe la matriz inversa A^{-1} .
- Tomando $a = 1$, determinar una matriz X tal que $A \cdot X = 3 \cdot A^t + A - 3 \cdot I_2$.

(Nota: A^t indica la matriz traspuesta de la matriz A e I_2 la matriz identidad de orden dos.)

Pregunta A2.3. (1+1 puntos) De los habitantes de Logroño se sabe que tres cuartas partes han visitado en alguna ocasión San Sebastián y tres quintas partes han estado alguna vez en Zaragoza. Además, un cuarenta por ciento de los logroñeses reconoce haber visitado ambas ciudades.

- Si mi amigo Juan, que es de Logroño, me ha dicho que el otro día estuvo comiendo en San Sebastián, ¿cuál es la probabilidad de que haya estado también en Zaragoza en alguna ocasión?
- Luis, otro amigo mío de Logroño, es de poco viajar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya visitado ninguna de las dos ciudades?



OPCIÓN B

Parte B1: Responde a cada una de las tres preguntas que se plantean a continuación. Su valor total es de 6 puntos.

Pregunta B1.1. (1+1 puntos) Consideramos la función $f(x) = \frac{x(x+a)}{x^2-4}$, donde a es un cierto parámetro real.

- Determinar el valor de a si la recta tangente en $x = 0$ es paralela a la recta $y = \frac{x}{4} + 2018$. Dar la ecuación de la recta tangente en $x = 0$ para el valor obtenido de a .
- Tomando en $a = 2$, determinar las asíntotas de $f(x)$.

Pregunta B1.2. (0.5+1+0.5 puntos) La productora cinematográfica *Filmtropía* va a rodar tres películas familiares en los próximos meses. En cada una de ellas debe contratar actores, actrices e intérpretes infantiles. Cada día de rodaje tiene presupuestada una cantidad fija de dinero para pago de honorarios a los intérpretes. El número de actores y actrices es conocido pero el número de intérpretes infantiles es un valor t que puede variar. Las retribuciones de los actores y actrices se fijarán en función del número de intérpretes infantiles que se contraten. La distribución de intérpretes por película y el presupuesto diario aparecen en la tabla adjunta.

	Película uno	Película dos	Película tres
Actores	2	4	2
Actrices	1	4	3
Intérpretes infantiles	t	$3t - 2$	$2t - 1$
Presupuesto diario (en miles de euros)	17	40	27

- Plantea un sistema de ecuaciones que permita determinar los honorarios de cada intérprete por día de trabajo.
- Determina dichos honorarios.
- Como criterio para fijar el número de intérpretes infantiles se ha decidido que los actores y actrices deben cobrar lo mismo por cada día de trabajo. ¿Cuál será el número de intérpretes infantiles de cada película?

Pregunta B1.3. (1+1 puntos) En una fábrica de calzado de Arnedo, la producción diaria de pares de zapatos sigue una distribución normal con una desviación típica de 200 pares.

- Si la media de la producción fuese de 1200 pares de zapatos, ¿cuál sería la probabilidad de que la producción media de una muestra de 36 días superase los 1255 pares de zapatos?
- Si una muestra de 100 días de trabajo en la fábrica tiene una media de 1180 pares de zapatos, determinar un intervalo de confianza al 85% para la media de la producción.

(Véase la **Tabla simplificada para la normal tipificada** al final del examen.)



Parte B2: Responde a dos de las tres preguntas que se plantean a continuación. Su valor total es de 4 puntos.

Pregunta B2.1. (1+1 puntos) Sean a y b dos parámetros reales. Consideramos la función

$$f(x) = \begin{cases} -ax^3 + 6bx^2 - 3x, & x < -1 \\ ax + b, & -1 \leq x \leq 1 \\ -ax^3 - 4bx^2 - 3x, & x > 1 \end{cases}$$

- a) ¿Para qué valores de a y b es continua la función dada?
- b) Tomando $a = 1$ y $b = -1$, calcular la integral definida $\int_0^3 f(x) dx$.

Pregunta B2.2. (1+0.5+0.5 puntos) Sean

$$\begin{cases} 3(y - 2) \leq x \leq 2y, \\ 2(2 - y) \leq x \leq 6 - y, \end{cases}$$

las restricciones asociadas a un cierto problema de optimización.

- a) Dibujar la región factible asociada a las restricciones dadas, indicando claramente los vértices de la misma.
- b) ¿Cuál es máximo de la función $f(x, y) = 3x + y$ en la región factible?
- c) Si a es un cierto valor real positivo y sabemos que el máximo de la función $g(x, y) = ax + 3y$ en la región factible es quince, ¿cuál es el valor de a ?

Pregunta B2.3. (1+1 puntos) En la Escuela Oficial de Idiomas de mi ciudad, hay tres aulas de primer curso de inglés. La distribución de chicos y chicas en cada aula es como se muestra en la tabla adjunta.

	Aula 1	Aula 2	Aula 3
Chicos	21	16	16
Chicas	18	16	24

- a) Determina la probabilidad de que al elegir un estudiante de primer curso sea chica.
- b) Si elegimos una chica de primer curso al azar, ¿a qué aula es más probable que pertenezca?

Tabla abreviada de la normal tipificada.

Z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7258	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7518	0,7549
0,7	0,7580	0,7612	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7996	0,8023	0,8051	0,8079	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9430	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9485	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9700	0,9706



CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

- (1) Se sugiere un tipo de corrección positivo; es decir, partiendo de cero y sumando puntos por los aciertos que el alumno vaya obteniendo.
- (2) Como excepción al apartado anterior, los errores muy graves, que muestren un desconocimiento profundo de propiedades y conceptos básicos (errores repetidos en la manipulación de igualdades y desigualdades o en operaciones con fracciones, errores graves al desarrollar cuadrados o en la resolución de ecuaciones de segundo grado, etc.), penalizarán especialmente y pueden suponer un cero en el apartado en el que se hayan cometido.
- (3) Se valorará la exposición lógica y la coherencia de las respuestas, tanto en cuestiones teóricas como prácticas. Algunos ejemplos:
 - (a) Si al resolver un sistema de ecuaciones el alumno comete un error numérico y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se prestará especial atención, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial.
 - (b) En la representación gráfica de funciones se valorará la coherencia del dibujo con los datos obtenidos previamente por el alumno. (Vale aquí la misma excepción que en el párrafo anterior.)
- (4) Si un alumno da una respuesta acertada a un problema escribiendo sólo los resultados, sin aportar el desarrollo que le ha permitido obtener dicha solución, la puntuación en este apartado no podrá ser superior al 50% de la nota máxima prevista. Como excepción, se será flexible en las respuestas a cuestiones de estadística y probabilidad.
- (5) La puntuación máxima de cada pregunta figurará en su enunciado. En los casos en los que la pregunta contenga apartados, lo que aparecerá es el valor de cada uno de ellos.
- (6) Las respuestas a problemas que no correspondan a la opción seleccionada no serán contabilizadas. Si se contesta a las tres preguntas de la segunda parte de cada opción, sólo se contabilizarán las dos primeras respuestas (salvo que el alumno indique explícitamente la que desea rechazar).