Universidad de Oviedo

Prueba de acceso a la Universidad (PAU)
CURSO 2024-2025

MATEMÁTICAS II

- Responda en el pliego en blanco a **cuatro** de las cinco preguntas que se proponen. De cada una de las seleccionadas conteste **una única opción**, A o B. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2.5 puntos**.
- Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o que no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s).

Pregunta 1. Opción A Un turista recorre el Principado de Asturias pasando 'x' días en la zona del oriente, 'y' días en la zona centro y 'z' días en la zona de occidente. Sus gastos en estas vacaciones se reparten como sigue: cada día que pasa en la zona oriental gasta 30 € en hospedaje y 25 € en alimentación, en la zona centro gasta 40 € en hospedaje y 20 € en alimentación. En cuanto a la zona del occidente sus gastos diarios son 30 € en hospedaje y 40 € en alimentación. Además, cada día de vacaciones gasta en otros conceptos 25 € en cada zona.

(a) **(0.75 puntos)** Si decide repartir el presupuesto en 290 € para hospedaje, 290 € para alimentación y 225 € para gastos varios, plantea un sistema de ecuaciones lineales que modelice el problema y escríbelo matricialmente.

(b) **(1 punto)** En la situación del apartado (a) decide cuántos días puede estar en cada zona.

(c) **(0.75 puntos)** Manteniendo el presupuesto para cada concepto decide cuántos días pasará en cada zona si decide no visitar la zona del oriente, o demuestra que no se puede mantener esa distribución del presupuesto.

Pregunta 1. Opción B Sea $x \in \mathbb{R}$ y las matrices $A = \begin{pmatrix} x & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & x \end{pmatrix}$. Se pide:

(a) **(1 punto)** Calcular los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuáles B tiene inversa.

(b) **(1 punto)** Para $x = 0$, calcular, en caso de que sea posible, B^{-1}.

(c) **(0.5 puntos)** Calcular los valores de x para los cuales $\det(AB) = \det(A)$.

Pregunta 2. Opción A Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & \text{si } 0 \leq x < 4, \\ 3 - (x-5)^2, & \text{si } 4 \leq x. \end{cases}$$

(a) **(1 punto**) Estudia si la función es continua en su dominio.

(b) **(1 punto)** Estudia los intervalos de crecimiento de la función. Estudia si la función tiene extremos relativos. Haz un esbozo de la gráfica de la función.

(c) **(0.5 puntos)** Suponiendo que la función representa el número de millones de bacterias de un tipo que existen en una determinada muestra, en cada instante x, ¿se llegaría a alcanzar en algún instante el valor 5 millones?

Pregunta 2. Opción B De dos funciones continuas se sabe que $f(1) = 1$ y $f'(1) = 2$, y $g(1) = -1$ y $g'(1) = 2$. Se construye la función

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

Se pide:

(a) **(1.25 puntos)** Calcular $h(1)$ y $h'(1)$.

(b) **(1.25 puntos)** Sabiendo que f tiene un máximo en $x = 3$ y que $k(x) = (x-2)^2 f(x)$ tiene un mínimo en ese mismo punto, calcular $f(3)$.

Pregunta 3. Opción A Se sabe que la función F(x) es una primitiva de la función

$$f(x) = x\cos(4x^2 - 1).$$

Se pide:

(a) **(1.5 puntos)** Calcular F sabiendo que $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$.

(b) **(1 punto)** Estudiar si F tiene un extremo en $x = \frac{1}{2}$.

Pregunta 3. Opción B

(a) **(1.5 puntos)** Se considera la función $f(x) = 4\,\mathrm{sen}(x - \pi)$. Calcula el área acotada encerrada por f y las rectas $y = 0$, $x = 0$ y $x = \pi$.

(b) **(1 punto)** Se considera una función g(x) continua. Sabiendo que una primitiva de g es $f(x) = \mathrm{sen}(x)\cos(x)$, calcula una expresión de g.

Pregunta 4. Opción A Se están construyendo dos puentes rectos en un tramo de autovía para los dos carriles. Los puentes siguen las ecuaciones siguientes:

$$r_1(t) = (2 + t, -1 - 2t, 3 + 2t); \qquad r_2(s) = (1 + 2s, 4 - s, 4 - 2s).$$

Se pide:

(a) **(1.25 puntos)** Estudia si los puentes son paralelos, se cortan o se cruzan

(b) **(1.25 puntos)** La empresa quiere construir un puente de servicio que los una, y quiere que sea lo más corto posible, ¿qué longitud tendrá la vía de servicio? Indica los puntos inicio y final del pasadizo.

Pregunta 4. Opción B Se consideran los puntos siguientes: $A(1, 2, 3)$, $B(-2, 1, 4)$, $C(3, 0, 5)$ y $D(0, -1, 2)$. Se pide:

(a) **(1 punto)** Estudiar si los puntos pertenecen a un mismo plano.

(b) **(0.75 puntos)** Calcular el area del triángulo de vértices A, B y C.

(c) **(0.75 puntos)** Calcular el volumen del tetraedro formado por los 4 puntos.

Pregunta 5. Opción A En una fábrica de componentes electrónicos se sabe que el 6 % de las piezas que se fabrican son defectuosas. En el proceso de control de calidad se toma una pieza al azar y se introduce en un sistema de prueba/fallo. Se sabe que la probabilidad de que el sistema dé fallo si la pieza es defectuosa es del 95 % mientras que la probabilidad de que lo haga si la pieza no es defectuosa es del 4 %.

(a) **(1.25 puntos)** Si se seleccionan 10 piezas al azar ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas sea defectuosa?

(b) **(1.25 puntos)** Determina la probabilidad de que si se selecciona una pieza al azar, la prueba no indique fallo.

Pregunta 5. Opción B En una empresa de telecomunicaciones, el tiempo que tarda un cliente en resolver un problema llamando a Atención al Cliente sigue una distribución normal con media $\mu = 30$ minutos y desviación típica $\sigma = 5$ minutos.

(a) **(0.75 puntos)** ¿Cual es la probabilidad de que un cliente tarde entre 25 y 30 minutos en resolver su problema?

(b) **(0.75 puntos)** Un cliente decide que si tarda más de 20 minutos en su resolución, cambiará de empresa ¿cuál es la probabilidad de que cambie?

(c) **(1 punto)** La empresa hace cambios en la gestión de atención al cliente obteniendo que la probabilidad de que se tarde menos de 20 minutos es 0.7. Si se mantiene la desviación típica ¿se ha mejorado el tiempo de resolucion medio o por el contrario el cambio no ha sido positivo?

* Algunos valores de la función de distribución $N(0, 1)$ son: $F(x) = P(Z \leq x)$, $F(0) = 0.5$, $F(1) = 0.8413$, $F(2) = 0.9772$, $F(0.7) = 0.758$, $F(0.525) = 0.7$.

Si tus valores no están entre los expuestos, toma el más cercano.