REPERTORIO A

SOLUCIONES

Problema 1

a) Al ser la fuerza gravitatoria una fuerza central se conserva el momento angular, entonces, podemos hacer $L_{perig} = L_{apog} \Rightarrow m_{sat} v_{perig} R_{perig} = m_{sat} v_{apog} R_{apog} \Rightarrow v_{perig} R_{perig} = v_{apog} R_{apog}$, siendo m_{sat} la masa del satélite. Usando el radio de la Tierra y los datos del problema obtenemos

$$v_{perig} = 1{,}38\ v_{apog} \qquad (1)$$

Por otro lado, aplicando el teorema de conservación de la energía $E_{total}^{perig} = E_{total}^{apog}$, de modo que

$$-G\frac{M_T m_{sat}}{R_{perig}} + \frac{1}{2} m_{sat} v_{perig}^2 = -G\frac{M_T m_{sat}}{R_{apog}} + \frac{1}{2} m_{sat} v_{apog}^2$$

es decir,

$$\left(v_{apog}^2 - v_{perig}^2\right) = 2GM_T \left(\frac{1}{R_{apog}} - \frac{1}{R_{perig}}\right) \qquad (2)$$

Resolviendo el conjunto de ecuaciones (1) y (2), obtenemos

$$v_{perig} = 8{,}27 \text{ km/s}$$

$$v_{apog} = 5{,}98 \text{ km/s}$$

b) Con cualquiera de los valores de las velocidades determinados podemos ahora calcular el momento angular

$$L = m_{sat} v_{perig} R_{perig} = 5{,}6 \times 10^{12}\ kgm^2 s^{-1}$$

y la energía

$$E_{mecanica} = -G\frac{M_T m_{sat}}{R_{perig}} + \frac{1}{2} m_{sat} v_{perig}^2 = -5{,}9 \times 10^9\ J + 3{,}4 \times 10^9\ J = -2{,}5 \times 10^9\ J$$

Problema 2

a) A la vista de las gráficas de cada uno de los sistemas oscilantes el de mayor constante de recuperación será el 1

b) Como $k_1 > k_2$, entonces,

$$m_1 \omega_1^2 > m_2 \omega_2^2 \Rightarrow \frac{m_1}{T_1^2} > \frac{m_2}{T_2^2} \Rightarrow T_1^2 < \frac{m_1}{m_2} T_2^2$$

que, como $m_1 > m_2$ implica que $T_1 < T_2$

Problema 3

La fuerza electromotriz inducida viene dada por la relación

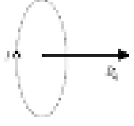
$$\varepsilon_{inducida} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

En todos los casos que se nos plantean Δt=0,1s donde el flujo magnético es

$$\Phi = N\pi r^2 B_0 \cos\varphi$$

a) En este caso, tenemos

$$\varepsilon_{inducida} = -\frac{N\pi r^2 B_0}{\Delta t}$$

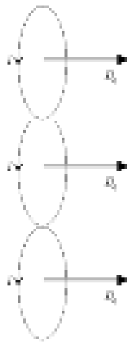


b) $$\varepsilon_{inducida} = \frac{N\pi r^2 B_0}{\Delta t}$$

c) $$\varepsilon_{inducida} = \frac{N\pi r^2 B_0}{\Delta t}$$

d)

$$\varepsilon_{inducida} = \frac{N\pi r^2 B_0}{\Delta t}$$



Problema 4

La posición de la imagen para la primera lente es

$$\frac{1}{p_1}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{15cm}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{10cm} \Rightarrow q_1 = 30cm$$

donde q_1 está medido desde la primera lente. Así pues, la imagen formada por la primera lente está a 10*cm* a la derecha de la segunda. Lo que implica que esta imagen es un objeto virtual para la segunda. Entonces, como p_2=-10*cm*, tenemos

$$\frac{1}{p_2}+\frac{1}{q_2}=\frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{-10cm}+\frac{1}{q_2}=\frac{1}{20cm} \Rightarrow q_2 = 6,67cm$$

De modo que la imagen final se forma 6,67*cm* a la derecha de la segunda lente.

El aumento de cada lente viene dado por

$$M_1 = -\frac{q_1}{p_1} = -2$$

$$M_2 = -\frac{q_2}{p_2} = 0,667$$

La imagen final es real, invertida y mayor que el objeto

Problema 5

a) Gracias a ΔV la partícula q adquiere una energía cinética

$$\frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V$$

Puesto que $p=mv$, podemos expresar dicha ecuación de la forma

$$\frac{p^2}{2m} = q\Delta V \Rightarrow p = \sqrt{2mq\Delta V}$$

Haciendo uso ahora de la fórmula de de Broglie, tenemos

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mq\Delta V}}$$

b) Igualando ambas longitudes de onda, tendríamos

$$\lambda_q = \lambda_{q'} \Rightarrow \frac{h}{\sqrt{2mq\Delta V}} = \frac{h}{\sqrt{2m'q'\Delta V'}} = \frac{h}{\sqrt{4mq\Delta V'}} \Rightarrow \Delta V' = \frac{\Delta V}{2}$$

REPERTORIO B
SOLUCIONES

Problema 1
a) Usando el teorema de conservación de la energía, relacionando las energías en los puntos *A* y *B*, tenemos

$$-2G\frac{mm'}{r_A}=\frac{1}{2}m'v_B^2-2G\frac{mm'}{r_B}\Rightarrow v_0=\sqrt{2Gm\left(\frac{1}{r_B}-\frac{1}{r_A}\right)}$$

b) La aceleración en *A* está dada por

$$\vec{a}=-2\frac{Gm}{r_A^2}\vec{j}$$

Y la aceleración en *B* será $\vec{a}=0$

Problema 2
a) La distancia de las cargas al punto (0,1) es $\sqrt{2}$. De modo que el campo eléctrico vendrá dado por

$$\vec{E}_{(0,1)}=\vec{E}_{(-1,0)}+\vec{E}_{(1,0)}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 2}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}(1,1)+\frac{1}{\sqrt{2}}(-1,1)\right]=\frac{Q}{8\pi\varepsilon_0}\left(0,\sqrt{2}\right)=4500\left(0,\sqrt{2}\right)\ N/C$$

y el potencial

$$V_{(0,1)}=V_{(-1,0)}+V_{(1,0)}=\frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}}=\frac{Q}{2\sqrt{2}\pi\varepsilon_0}=12716\ V$$

b) Sigue una trayectoria rectilínea en la dirección del eje *y* con sentido negativo.

Problema 3
a)La aceleración inicial será

$$\vec{a}=\frac{q}{m}v_0B_0\vec{j}$$

b)La aceleración inicial será en este caso

$$\vec{a}=\frac{q}{m}v_0B_0\left(\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}\right)$$

Problema 4
a) Usando la segunda ley de Snell para la primera cara de incidencia del rayo , tenemos

$$n'sen\left(45^{\circ}\right)=nsen\left(\theta\right)$$

de donde deducimos que

$$sen\left(\theta\right)=\frac{n'}{n}\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\theta=60^{\circ}$$

b) Como incide en la cara interior del prisma con un ángulo de 30º, entonces

$$nsen\left(30^{\circ}\right)=n'sen\left(\alpha\right)$$

y de aquí,

$$sen\left(\alpha\right)=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\frac{1}{2}=\frac{1}{\sqrt{6}}\Rightarrow\alpha=24^{\circ}$$

es decir, respecto al rayo incidente el ángulo de salida del rayo del prisma es de 21º.

Problema 5

La velocidad del electrón está dada por la expresión

$$v = \frac{eBR}{m_e} = 1,4 \times 10^{6} \ m/s$$

a) La longitud de onda de de Broglie es, por tanto,

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{eBR} = 5,2 \times 10^{-10} \ m$$

b) Usando la ecuación básica para el efecto fotoeléctrico,

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = h\left(\nu_{radiacion} - \nu_{umbral}\right) \Rightarrow \nu_{umbral} = \nu_{radiacion} - \frac{m_e v^2}{2h} = 3,06 \times 10^{14} \ s^{-1}$$

Que corresponde a una longitud de onda umbral de $\lambda_{umbral} = 9,7 \times 10^{-7} \ m$