



SÈRIE 1

PART 1

Responeu a **QUATRE** de les cinc qüestions proposades.

[4 punts: 1 punt per cada qüestió]

Qüestió 1

Quin valor ha de prendre la probabilitat que apareix en forma d'interrogant en la taula següent perquè aquesta taula representi una funció de quantia?

X	$P(X)$
0	0,25
1	0,10
2	0,15
3	0,30
4	?

SOLUCIÓ:

El valor ha de ser 0,20, i així la suma de totes les probabilitats dóna 1.

Qüestió 2

La covariància entre dues variables X i Y és $S_{XY} = -5$, mentre que les desviacions típiques d'aquestes variables són $S_X = 4$ i $S_Y = 9$. Quina correlació lineal hi ha entre les dues variables? Valoreu aquest grau de correlació.

SOLUCIÓ:

$$r_{XY} = \frac{S_{XY}}{S_X * S_Y} = \frac{-5}{4 * 9} = -0,1389$$

La correlació lineal entre les dues variables és -0,1389; per tant estan correlacionades inversament i de manera dèbil.

Qüestió 3

La taula següent recull informació sobre el sou mensual en euros que cobren els treballadors d'una empresa.

X_i	n_i
400	10
1.000	5
2.000	15
3.000	5
4.000	15

Quants treballadors cobren més de 2.000 euros?

SOLUCIÓ: En total hi ha 50 treballadors ($N=50$) i d'aquests n'hi ha 20 que cobren més de 2000 euros, és a dir 3000 euros o 4000 euros.



Qüestió 4

Què és la moda com a paràmetre estadístic?

SOLUCIÓ: La moda és el valor amb major freqüència en una distribució de dades. És el valor que es repeteix més.

Qüestió 5

Si la covariància entre dues variables X i Y és negativa, quin signe tindrà el pendent de la recta de regressió de Y sobre X ?

SOLUCIÓ: **També negatiu:**

$$m = \frac{S_{XY}}{S_X^2} = \frac{-}{+}$$



PART 2

Resoleu, indicant sempre les operacions o explicant raonadament les respostes, DOS dels tres problemes següents.

[6 punts: 3 punts per cada problema]

Problema 1

La taula següent recull informació sobre el nombre de germans que tenen els estudiants d'un determinat curs acadèmic.

Nombre de germans	Estudiants
0	6
1	15
2	13
3	4
4	2

- a) Calculeu la mitjana aritmètica, la variància i la desviació típica de la variable *nombre de germans*.

[1,5 punts]

SOLUCIÓ:

Mitjana aritmètica:0,5 punts; variància:0,75 punts; desviació típica:0,25 punts.

Nombre de germans (X_i)	n_i	N_i	$X_i \cdot n_i$	$X_i^2 \cdot n_i$
0	6	6	0	0
1	15	21	15	15
2	13	34	26	52
3	4	38	12	36
4	2	40	8	32
	40		61	135

Mitjana aritmètica:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot n_i}{n} = \frac{61}{40} = 1,525$$

Variància:

$$S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 \cdot n_i}{n} - \bar{X}^2 = \frac{135}{40} - 1,525^2 = 1,049375$$

Desviació típica: $S_X = \sqrt{1,049375} = 1,02439$



b) Calculeu la mediana de la variable *nombre de germans*. [0,75 punts]

SOLUCIÓ:

Com que $N/2=20$, a partir de les freqüències absolutes acumulades s'identifica que $Me=1$.

c) Quin percentatge d'estudiants tenen més de dos germans? [0,75 punts]

SOLUCIÓ:

Tenir més de dos germans vol dir tenir tres o quatre germans. Hi ha $4+2=6$ estudiants que compleixen aquest requisit. Per tant el percentatge demanat és $(6/40) * 100= 15\%$.

Problema 2

Una companyia de telefonia ha seleccionat un segment dels seus clients i ha registrat la informació sobre el nombre de membres i de telèfons mòbils que té la unitat familiar de cadascun d'aquests clients. Concretament, ha analitzat les variables següents:

X = nombre de membres de la unitat familiar del client

Y = nombre de telèfons mòbils de la unitat familiar del client

La informació obtinguda es mostra en la taula següent:

		Variable X		
		2	3	4
Variable Y	1	5	0	0
	2	10	5	5
	3	5	10	10

a) Quin percentatge del total de clients analitzats tenen tres o quatre telèfons mòbils a la unitat familiar? [1 punt]

SOLUCIÓ:

Yj	nj
1	5
2	20
3	25
4	10
	60

Per tant n'hi ha $25+10=35$, d'un total de 60: $35/60= 58,33\%$



- b) Mesureu la relació entre les dues variables mitjançant la covariància i interpreteu el signe del resultat. [2 punts]

SOLUCIÓ:

Càlcul de cada mitjana (0,5 punts cadascuna); càlcul dels productes creuats (0,75 punts); interpretació (0,25 punts)

X_i	n_i	$X_i \cdot n_i$
2	20	40
3	20	60
4	20	80
	60	180

$$\bar{X} = \frac{180}{60} = 3$$

Y_j	n_j	$Y_j \cdot n_j$
1	5	5
2	20	40
3	25	75
4	10	40
	60	160

$$\bar{Y} = \frac{160}{60} = 2,6666$$

X_i	Y_j	n_{ij}	$X_i \cdot Y_j \cdot n_{ij}$
2	1	5	10
2	2	10	40
2	3	5	30
2	4	0	0
3	1	0	0
3	2	5	30
3	3	10	90
3	4	5	60
4	1	0	0
4	2	5	40
4	3	10	120
4	4	5	80



$$S_{XY} = \frac{500}{60} - 3 * 2,6666 = 0,33$$

La covariància és positiva i per tant indica relació directa entre les dues variables.

Problema 3

En un examen de ciències socials, un alumne només ha estudiat 15 dels 25 temes que formen el curs. L'examen consisteix a contestar dos temes escollits a l'atzar del total de temes.

a) Quina és la probabilitat que els dos temes de l'examen siguin del conjunt de temes que l'alumne ha estudiat? [1,5 punts]

SOLUCIÓ:

$$P = \frac{15}{25} \times \frac{14}{24} = \frac{210}{600} = 0,35$$

El primer ha de ser un dels 15 que ha estudiat del total de 25, i el segon ha de ser un dels 14 que també ha estudiat dels 24 restants.

b) Quina és la probabilitat que no hagi estudiat cap dels dos temes de l'examen? [1,5 punts]

SOLUCIÓ:

$$P = \frac{10}{25} \times \frac{9}{24} = \frac{90}{600} = 0,15$$

El primer ha de ser un dels 10 que no ha estudiat del total de 25, i el segon ha de ser un dels 9 que tampoc ha estudiat dels 24 restants.