Evaluación para el Acceso a la Universidad
Convocatoria de 2018
Materia:
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II
El alumno deberá contestar a una de las dos opciones propuestas A o B.
Se podrá utilizar cualquier tipo de calculadora.

Propuesta A

1. *Considera el siguiente problema de programación lineal:*

Minimizar la función F = - x + 6 y, sujeta a las siguientes restricciones:

$$x + 7y \leq 58 \quad ; \quad 4x + 5y \geq 48 \quad ; \quad 3x - 2y \leq 13$$

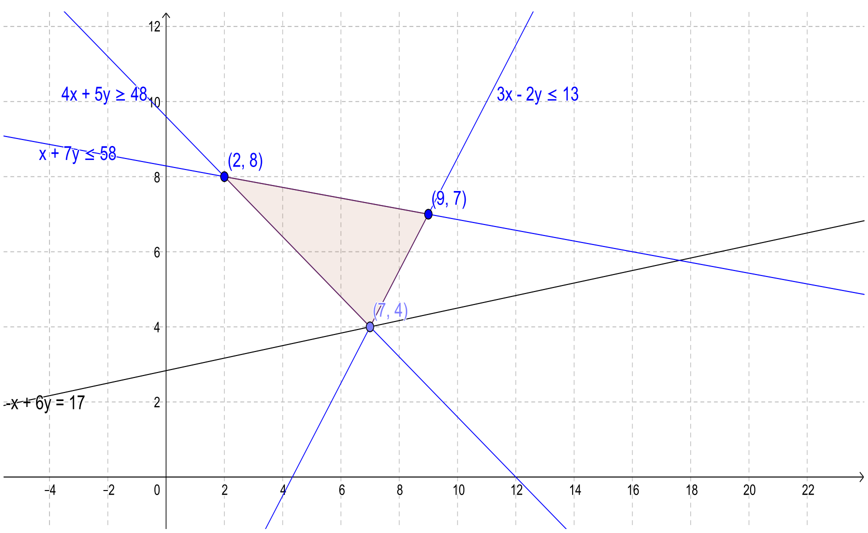
a) Dibuja la región factible. (1 pto)

b) Determina los vértices de la región factible. (0.25 ptos)

c) Indica la solución óptima del problema dado y su valor. (0.25 ptos)

Solución:

a) 0.25 por cada inecuación bien dibujada. Toda la región factible 1 punto.



b) Los vértices de la región factible son: A (2, 8) , B (9 , 7) , C (7 , 4) (0.25 puntos)

c) Valor de la función objetivo en cada uno de los vértices:

F (A) = - 2 + 6 · 8 = 46 ; F (B) = - 9 + 6 · 7 = 33 ; F (C) = - 7 + 6 · 4 = 17

La solución óptima se produce en el vértice C, donde la función F alcanza su valor mínimo. Óptimo es (7,4) (0.25 puntos)

2. *En la bodega de Antonio hay botellas de vino blanco, de vino tinto y de vino rosado. Si sumamos las botellas de vino blanco con las de tinto obtenemos el triple de las botellas de rosado. La suma de las botellas de tinto con las de rosado supera en 40 unidades a las botellas de blanco. Además sabemos que Antonio tiene en su bodega 280 botellas.*

a) Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántas botellas hay de cada tipo de vino. (1.5 ptos)

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

Solución:

a) Si llamamos x = nº de botellas de vino blanco, y = nº de botellas de vino tinto, z = nº de botellas de vino rosado.

Tenemos:

$$\begin{array}{l} (I)\ \ x + y = 3z \ \rightarrow \ x + y - 3z = 0 \\ (II)\ \ y + z = x + 40 \ \rightarrow \ -x + y + z = 40 \\ (III)\ \ x + y + z = 280 \end{array}$$

Por cada ecuación bien planteada (0.5 puntos)

b) La solución es: x = 120 ; y = 90 ; z = 70. La solución correcta del sistema planteado en a) 0.5 puntos.

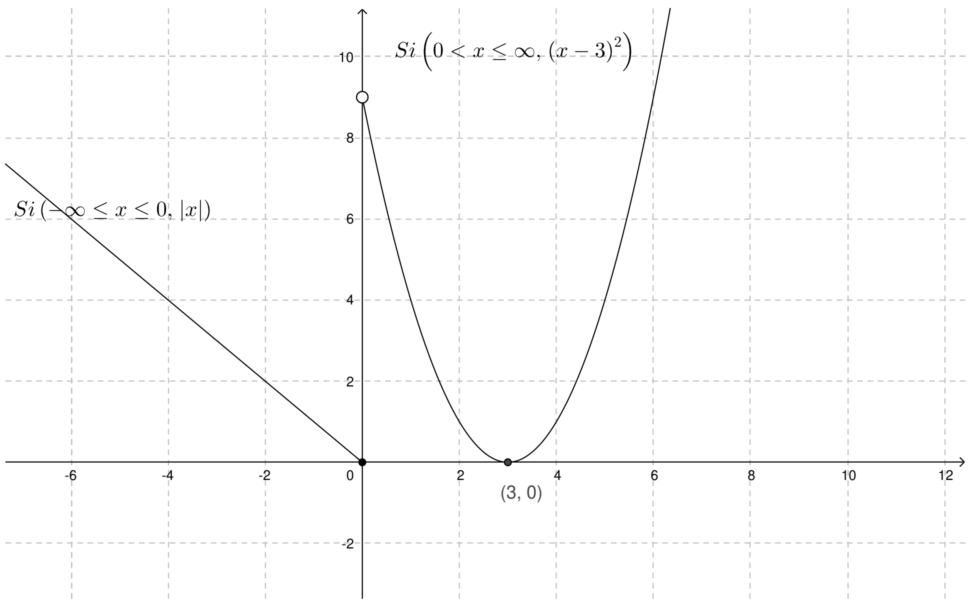
3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} |x+2|+t & si\ x \leq 0 \\ (x-t)^2 & si\ x > 0 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de t la función $f(x)$ *es continua en x=0? (0.5 ptos)*

b) Calcula los extremos relativos de la función $f(x)$ *en el intervalo* $(0,+\infty)$ *con* $t = 3$. *(0.5 ptos)*

c) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ *en* $(0,+\infty)$ *con* $t = 3$. *(0.5 ptos)*

Solución:



a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese pto con sus límites laterales.

Saber condiciones. (0.25 ptos) Cálculo correcto del valor, t=2 ó t=-1. (0.25 ptos)

b) Saber condiciones de extremo (0.25 ptos) Tiene un mínimo en (3,0) (0.25 ptos)

c) En (0,3) es decreciente y en (3,$+\infty$) es creciente (0.5 ptos)

4. *Dada la función* $f(x) = a\,x^5 + b\,x^3 + c$ *se pide que calcules los parámetros a, b y c sabiendo que dos de los puntos de inflexión de esta función son: (0,0) y (1,7). (1.5 ptos)*

Solución:

Si la curva pasa por (0 , 0) , entonces c = 0 (0.25 puntos).

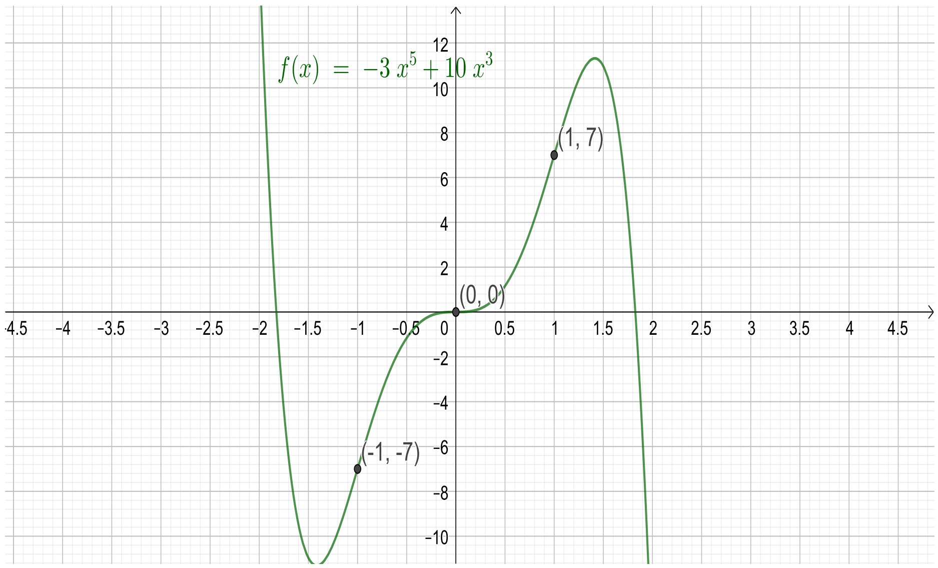
Si pasa por (1 , 7), tenemos: $f(1) = a + b \;\rightarrow\; a + b = 7 \;\; (I)$ (0.25 puntos)

Si (1 , 7) es punto de inflexión, entonces:

$$f'(x) = 5\,a\,x^4 + 3\,b\,x^2 \quad\rightarrow\quad f''(x) = 20\,a\,x^3 + 6\,b\,x$$
$$f''(1) = 0 \quad\rightarrow\quad 20\,a + 6\,b = 0 \quad\rightarrow\quad 10\,a + 3\,b = 0 \quad (II)$$

$$(II) - 3(I) \quad\rightarrow\quad 7\,a = -21 \quad\rightarrow\quad a = -3 \;\; ; \;\; b = 10$$

Luego la función pedida es: $f(x) = -3\,x^5 + 10\,x^3$ (1 punto)



5. *El 10 % de los habitantes de una región padece cierta enfermedad. Para diagnosticar la misma, se dispone de un procedimiento que no es completamente fiable, ya que da positivo en el 97 % de los casos de personas con la enfermedad, pero también da positivo en el 1 % de personas que no padecen la enfermedad.*

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona obtenga un diagnóstico positivo? (0.75 ptos)

b) Si una persona obtiene negativo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que tenga la enfermedad ? (0.75 ptos)

Solución:

E=enfermedad; +=Positivo; $+^c$=Negativo $P(E)$=0.1; $P(+/E)$ =0.97; $P(+/E^c)$ =0.01

a) $P(+) = P(+\cap E) + P(+\cap E^c) = P(E) * P(+/E) + P(E^c) * P(+/E^c)$=0.1*0.97+0.9*0.01=0.106. (0.75 ptos)

b) $P(E/+^c) = P(E\cap +^c)/P(+^c) = (P(+^c/E) * P(E))/P(+^c)$=(0.03*0.1)/(1-0.106)= 0.0033557(0.75 ptos)

6. *Para hacer un estudio del uso de las nuevas tecnologías (NT) por parte de los jóvenes de un centro escolar, se tomó una muestra aleatoria de 10 menores, siendo el número de horas semanales que hacían uso de las nuevas tecnologías: 4.2, 4.6, 5, 5.7, 5.8, 5.9, 6.1, 6.2, 6.5 y 7.3 respectivamente. Sabiendo que la variable "número de horas diarias de uso de NT" sigue una distribución normal de desviación típica 2.1 horas, se pide:*

a) Halla el intervalo de confianza para el número medio diario de horas que hacen uso de las nuevas tecnologías los alumnos de dicho centro con un nivel de confianza del 97 %. (1 pto)

b) Explica razonadamente, cómo podríamos disminuir la amplitud del intervalo de confianza. (0.5 ptos)

c) ¿Crees que la media poblacional μ del número medio de horas es 4 horas con una probabilidad del 90 %? Razona tu respuesta. (0.5 ptos)

Solución:

a) La media muestral es: $\bar{x} = \frac{4,2+4,6+5+5,7+5,8+5,9+6,1+6,2+6,5+7,3}{10}$ =5.73 horas (0.25 ptos)

Del enunciado se deduce: $n = 10$ σ =2.1 horas 1- α =0.97 $Z_{\frac{\alpha}{2}}$=2.17 (0.25 ptos)

IC= ($\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 ptos)

IC= (5.73 - 2.17$\frac{2,1}{\sqrt{10}}$, 5.73 + 2.17 $\frac{2,1}{\sqrt{10}}$) = (4.28895, 7.17104) (0.25 ptos)

b) Disminuyendo el nivel de confianza (0.25 puntos) o aumentando el tamaño de la muestra (0.25 ptos).

c) Si el intervalo al 97 % es (4.28895, 7.17104) el valor 4 no está dentro de este intervalo, al 90 % será un intervalo más estrecho con lo que 4 tampoco pertenecerá al intervalo de confianza al 90 %. (0.5 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

Propuesta B

1. *Dadas las matrices:* $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -5 & 0 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$; $D = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

a) De los siguientes productos, explica razonadamente cuáles pueden realizarse y cuáles no:

$A \cdot B$; $A \cdot C$; $A \cdot D$; $C \cdot D$. *(0.5 ptos)*

b) De los productos anteriores, realiza correctamente aquéllos que den como resultado una matriz cuadrada. (1 pto)

Solución:

a) Pueden realizarse A · B , A · C y C · D porque en estos tres casos el número de columnas de la matriz de la izquierda coincide con el número de filas de la matriz de la derecha. (0.5 puntos)

b) Los productos que dan como resultado una matriz cuadrada son A · B y C · D:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -5 & 0 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \text{ (0.5 puntos)}$$

$$C \cdot D = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 12 \\ 0 & 4 & -12 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \text{ (0.5 puntos)}$$

2. *Cierto concesionario de automóviles posee una nave industrial en la que guardan 100 automóviles dispuestos para su venta inmediata. Los coches guardados en la nave son de tres tipos: gasolina, diésel e híbridos. Los más numerosos son los coches diésel, y la diferencia entre los diésel y los de gasolina es igual a la mitad del número de híbridos. Los menos numerosos son los híbridos, y la diferencia entre los de gasolina y los híbridos es igual a la tercera parte de los diésel.*

a) Plantea un sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuántos coches hay de cada tipo. (1.5 ptos)

b) Resuelve el sistema planteado en el apartado anterior. (0.5 ptos)

Solución:

a) Si llamamos x = nº de coches de gasolina, y = nº de coches diésel, z = nº de coches híbridos.

Tenemos:

$$\begin{array}{l} (I)\ x + y + z = 100 \\ (II)\ y - x = \frac{z}{2} \rightarrow -2x + 2y - z = 0 \\ (III)\ x - z = \frac{y}{3} \rightarrow 3x - y - 3z = 0 \end{array}$$

Por cada ecuación bien planteada (0.5 puntos)

b) La solución es: x = 35 ; y = 45 ; z = 20. Por la resolución correcta del sistema planteado en a) (0.5 puntos)

3. *Se considera la función* $f(x) = \begin{cases} x + t & si\ x < -1 \\ 4 & si\ -1 \leq x \leq 1 \\ (x-4)^2 - 5 & si\ x > 1 \end{cases}$

a) Halla el valor de t para que f sea continua en x = -1. (0.5 ptos)

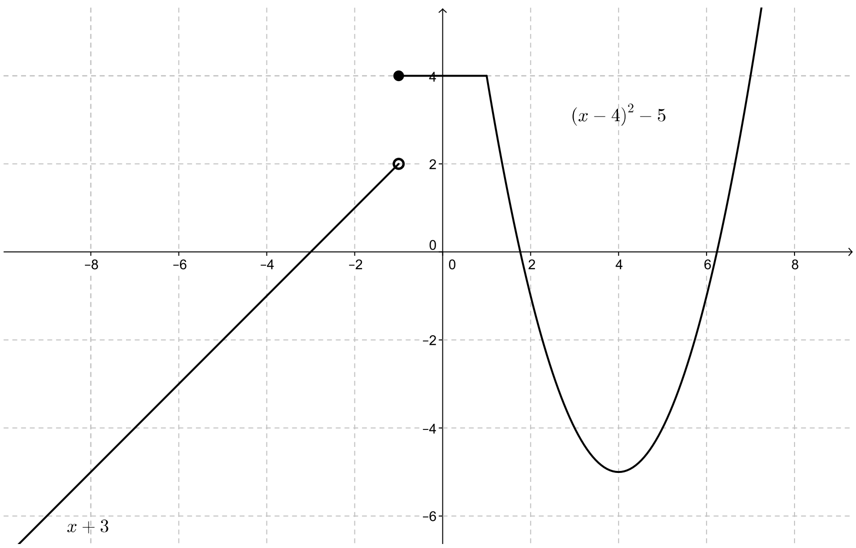
b) Para t = 3, representa gráficamente la función f. (1 pto)

Solución:

a) Para que sea continua, debe coincidir el valor de la función en ese punto con sus límites laterales.

Saber condiciones (0.25 ptos) Cálculo correcto del valor, $t = 5$ (0.25 ptos)

b) 0.25 ptos por cada trozo bien dibujado. Todo correcto 1 pto.



4. *Un paciente está siendo sometido a un tratamiento experimental y para ello estudiamos entre las 0 y las 9 horas de un día su concentración en sangre de cierta proteína, en mg/litro. Esa concentración se ajusta a la función:*

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 7x + 40$ *donde* $f(x)$ *está en mg/litro y* x *en horas, con* $0 \leq x \leq 9$.

a) Determina cuáles son los valores inicial $(x = 0)$ *y final* $(x = 9)$ *de la concentración de esa proteína en la sangre del paciente. (0.5 ptos)*

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la concentración. (0.5 ptos)

c) Determina en qué horas se alcanzan los valores máximo y mínimo respectivamente de la concentración de la proteína, y qué valores son esos. (0.5 ptos)

Solución:

a) f(0) = 40 mg/l (0.25 puntos) ; f(9) = 22 mg/l (0.25 puntos)

b) y c) $f'(x) = x^2 - 8x + 7 = (x-7)(x-1) \quad \rightarrow \quad f'(x) = 0 \rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64-28}}{2}$ → x=7 ó x=1.

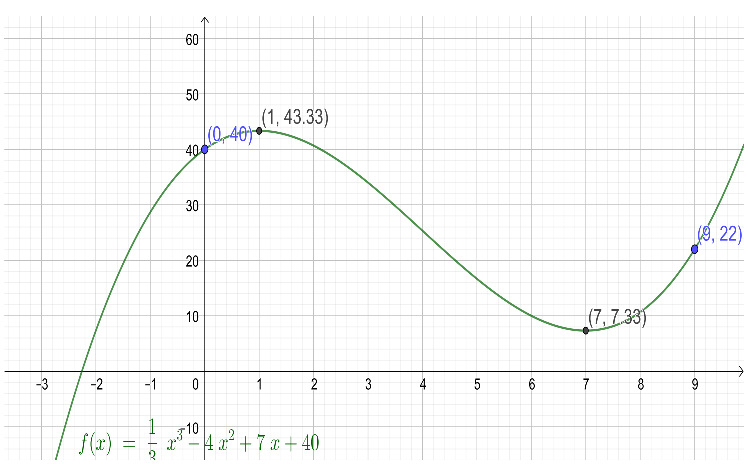
$$f''(x) = 2x - 8 \rightarrow \begin{cases} f''(7) > 0 \rightarrow x = 7 \text{ es mínimo} \\ f''(1) < 0 \rightarrow x = 1 \text{ es máximo} \end{cases}$$

Intervalos de crecimiento $(0, 1)$ *y* $(7, 9)$. (0.25 puntos)

Intervalo de decrecimiento $(1, 7)$. (0.25 puntos)

El valor máximo se alcanza al cabo de 1 hora, y su valor es de 43.33333 mg/l. (0.25 puntos)

El valor mínimo se alcanza a las 7 horas, y su valor es de 7.33333 mg/l. (0.25 puntos)



5. *En una clase de 27 alumnos, 14 son de Albacete, 5 son de Cuenca y 8 de Toledo.*

a) Se sortean dos entradas entre todos los alumnos, ¿cuál es la probabilidad de que ambas entradas le toquen a alumnos que no son de Albacete? (pueden tocarle al mismo alumno las dos entradas). (0.75 ptos)

b) Si sorteamos 5 entradas, de una en una, de forma que no participa en el sorteo la persona que ya le haya tocado una entrada, ¿cuál es la probabilidad de que las 5 sean para alumnos de Cuenca? (0.75 ptos)

Solución:

a) P(AB)=14/27; P(C)=5/27; P(T)=8/27

P(No AB y No Ab)=P(No AB)*P(No AB)=13/27*13/27= 0.23182 (0.75 ptos)

b) P(5 C)=P(1 C)*P(2C/1C)*P(3C/1C y 2C)*P(4C/1C y 2C y 3C)*P(5C/1C y 2C y 3C y 4C)=

=5/27*4/26*3/25*2/24*1/23=0.00001238 (0.75 ptos)

6. *El tiempo de conexión a internet por semana de los alumnos de una universidad sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica σ =1 hora. Se eligió una muestra aleatoria de 100 alumnos y se observó que la media de tiempo en internet para esa muestra era de 5 horas.*

a) Halla un intervalo de confianza para la media de tiempo de conexión a internet con un nivel de confianza del 95 %. (0.75 ptos)

b) ¿Se puede admitir que la media poblacional sea $\mu = 4$ horas con un nivel de confianza del 95 %? Explica razonadamente cómo se podría aumentar o disminuir la amplitud del intervalo. Razona tus respuestas. (0.5 ptos)

c) ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de tamaño 100 y un nivel de confianza del 94.64 %? (0.75 ptos)

Solución:

a) Del enunciado se deduce: $\bar{x} =$ 5 minutos; $n = 100$ $\sigma = 1$ hora

1- α =0.95 $Z_{\frac{\alpha}{2}}$=1.96 (0.25 ptos)

IC=($\bar{x} \; - \; Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, $\quad \bar{x} \; + \; Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$) (0.25 ptos)

IC= (5 − $1.96\frac{1}{\sqrt{100}}$, 5 + 1.96 $\frac{1}{\sqrt{100}}$) =(4.804, 5.196) (0.25 ptos)

b) No ya que 4 $\notin$(4.804, 5.196) (0.25 ptos)

Al aumentar el nivel de confianza aumentaría la amplitud del intervalo, y al disminuir el nivel de confianza disminuiría la amplitud del intervalo de confianza. También con el mismo nivel de confianza si aumentamos el tamaño de la muestra, disminuye la amplitud del intervalo (0.25 ptos)

c) $1 - \alpha$ =0.9464, α=0.0536, $\leftarrow \alpha/2$ =0.0268, $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ =1.93 (0.25 ptos)

Error máximo admisible=E= $Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$=1.93 $\frac{1}{\sqrt{100}}$ =0.193 (0.5 ptos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767