Model 1. Criteris específics de correcció

*Cada qüestió té una puntuació màxima de 10. Cal tenir presents les puntuacions parcials màximes que apareixen a les qüestions amb més d'un apartat. Pel que fa a aquelles qüestions que tenen apartats sense puntuar, se suposarà que cadascun té la mateixa valoració.*

*Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne.*

*Penalitzau els errors de càlcul. Els errors greus i, especialment, aquells que portin a resultats incoherents o absurds, penalitzau-los amb el 50 per cent sobre la qualificació de la qüestió.*

*Valorau totes les parts que siguin correctes, encara que el resultat final no ho sigui.*

*Hi pot haver casos en què hi hagi dubtes en aplicar els criteris que es detallen a continuació. En aquests casos, feu prevaler el vostre criteri i sentit comú.*

---

## OPCIÓ A

**1.** *a*) Càlcul correcte del determinant: 2 punts.
Solució de l'equació associada: 1 punt.

*b*) Dir que no té inversa amb explicació correcta: 2 punts. Si només diu que té inversa sense cap explicació: 0 punts.

*c*) Dir que la matriu té inversa quan $x = 2$ perquè el seu determinant és no nul: 1 punt.
Indicar que resoldre l'equació $A \cdot Z = I$ és equivalent a $Z = A^{-1} \cdot I$ i que, per tant, hem de calcular la matriu inversa de $A$: 1 punt.
Càlcul correcte de la matriu inversa de $A$: 3 punts.

**2.** *a*) Estudi correcte de la continuïtat: 3 punts. Si falta qualque detall o justificació: màxim 1.5 punts.

*b*) Indicar que sí que és derivable a $t = 9$ amb justificació: 1 punt.
Càlcul correcte de les derivades: 1 punt, 0.5 punts per interval.
Indicar i justificar els intervals correctes de creixement i decreixement: 3 punts. Si no s'indiquen correctament els intervals de creixement i decreixement: màxim 2 punts.

*c*) Indicar que el major nombre de vehicles passa a les 15 hores: 1 punt.
Dir que aquest nombre de vehicles va ser 10: 1 punt.
Si tan sols apareix $N(15) = 10$, sense cap explicació i indicació: 0 punts.

**3.** *a*) Dibuix de l'arbre correcte amb totes les probabilitats: 3 punts. Si falta qualque probabilitat: màxim 2 punts. Si falten més de dues probabilitats: 0 punts.

*b*) 1 punt per cada una de les probabilitats demanades.

*c*) Càlcul correcte de cadascuna de les tres probabilitats: 0.75 punts per probabilitat.
Indicar i justificar que la suma de les tres probabilitats val 1: 0.75 punts.

**4.** *a*) Indicar i justificar que el pes de 100 persones es distribueix seguint la normal indicada a les solucions: 2 punts. Si no es justifica per què se segueix aquesta distribució: màxim 1 punt.
Càlcul correcte de les probabilitats demanades: 1.5 punts per probabilitat.

*b*) Justificació i càlcul correcte del valor crític: 2 punts. Sense justificació i càlculs del valor crític: màxim 1 punt.
Justificació i càlcul correcte de l'interval de confiança: 2 punts. Si tan sols apareix

directament l'interval: màxim 1 punt. Interpretació: 1 punt.

## OPCIÓ B

**1.** *a*) Construcció correcta de la matriu representant les dades proporcionats: 2 punts.
*b*) Indicar i justificar que la matriu té inversa: 1 punt.
Càlcul correcte de la matriu inversa: 3 punts.
Si directament fan el càlcul correcte de la matriu inversa, sense justificar la seva existència: màxim 3 punts.
*c*) Indicar que el sistema té solució perquè el determinat de la matriu és no nul: 1 punt.
Resoldre correctament el sistema d'equacions: 3 punts.

**2.** Interpretació correcta de l'enunciat com un problema de programació lineal: 3 punts. Qualsevol altra situació: 0 punts.

Determinació correcta de la funció objectiu: 1 punt.

Dibuix correcte de la regió factible: 3 punts. Si falta qualque indicació de recta o de vèrtex, cal restar mig punt per recta i/o vèrtex. Nota mínima: 0 punts. Si hi ha error en el càlcul d'algun dels vèrtexs, però els altres estan ben calculats: màxim 3 punts. Si hi ha més d'un error: 0 punts.

Indicar els punts que s'han de considerar: 1 punt.

Indicar que el mínim s'aconsegueix en el punt adequat: 1 punt.

Indicar quant són les despeses mínimes: 1 punt.

**3.** *a*) Càlcul correcte de la derivada: 1 punt.
Estudi correcte del creixement i decreixement: 2 punts.
Indicar explícitament que durant la primera hora creix el nombre de visitants, i que decreix en el reste de hores: 1 punt.
*b*) Indicar que el nombre més gran de visitants el rep el museu quan fa una hora que l'han obert: 1 punt.
Indicar que el nombre més gran de visitants és de 100: 1 punt.
Si només apareix $V(1) = 100$: 0 punts.
*c*) Càlcul correcte de la segona derivada: 2 punts.
Solució de l'equació $V''(t) = 0$: 1 punt.
Indicació del punt d'inflexió: 1 punt.

**4.** *a*) Dibuix de l'arbre correcte amb totes les probabilitats: 3 punts. Si falta qualcuna de les probabilitats: màxim 2 punts. Si falten més de dues probabilitats: 0 punts.
*b*) 1 punt per cada una de les probabilitats demanades.
*c*) Càlcul correcte de la probabilitat demanada: 2 punts.
*d*) Càlcul correcte de la probabilitat demanada: 2 punts.

Model 1. Solucions

*Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.*

*Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.*

*Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.*

## OPCIÓ A

**1.** Considerau la matriu següent:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & x+2 & x^2 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Es demana:

*a*) Resoleu l'equació $|A| = 0$. ($|A|$ és el determinant de la matriu $A$.) (3 punts)
*b*) Si $x = 0$, té inversa la matriu $A$? Per què? (2 punts)
*c*) Si $x = 2$, té inversa la matriu $A$? Per què? En cas afirmatiu, resoleu l'equació $A \cdot Z = I$; on $I$ és la matriu identitat $3 \times 3$. (5 punts)

**Solució.** *a*) Hem de calcular el determinant de la matriu $A$:

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & x+2 & x^2 \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -4x^2 - 8x = x(-4x-8) = 0 \Rightarrow x = 0,\ x = -2.$$

Les solucions de l'equació $|A| = 0$ són $x = 0$ i $x = -2$.

*b*) Si $x = 0$, tenim de l'apartat anterior que $|A| = 0$ i, per tant, la matriu no té inversa en aquest cas.

*c*) Si $x = 2$, tenim que $|A| = -32 \neq 0$, i en aquest cas la matriu $A$ té inversa.
Si $A \cdot Z = I$, aleshores $Z = A^{-1} \cdot I = A^{-1}$. Per resoldre l'equació donada hem de trobar la matriu inversa de $A$.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{8} & -1 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}.$$

**2.** El nombre de vehicles que ha passat cert dia pel peatge d'una autopista ve donat per la funció:

$$N(t) = \begin{cases} \left(\frac{t-3}{3}\right)^2 + 2, & \text{si } 0 \le t \le 9, \\ 10 - \left(\frac{t-15}{3}\right)^2, & \text{si } 9 < t \le 24, \end{cases}$$

on $N$ indica el nombre de vehicles i $t$ el temps transcorregut en hores des de les 0:00 h.

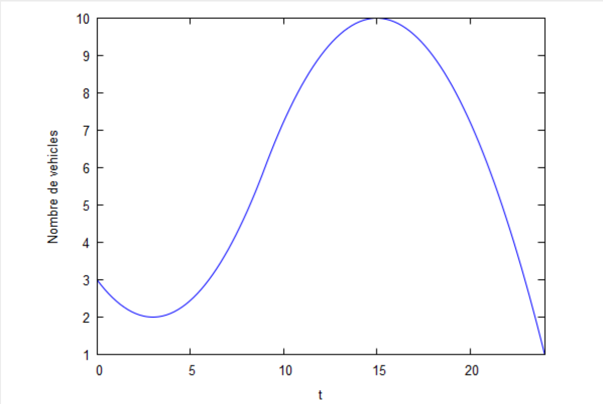
Model 1. Solucions

*a*) És contínua la funció $N(t)$? (3 punts)

*b*) Entre quines hores va augmentar el nombre de vehicles que passava pel peatge? En quines hores disminueix? (5 punts)

*c*) A quina hora va passar el major nombre de vehicles? Quin va ser aquest nombre? (2 punts)

**Solució.** *a*) La gràfica de la funció en el seu domini és:




Si $0 < t < 9$: $N(t) = \left(\frac{t-3}{3}\right)^2 + 2$, funció polinòmica; per tant, contínua a $(0, 9)$.
Si $9 < t < 24$: $N(t) = 10 - \left(\frac{t-15}{3}\right)^2$, funció polinòmica; per tant, contínua a $(9, 24)$.
Perquè la funció sigui contínua a $t = 9$, els límits laterals han de ser iguals i han de coincidir amb $N(9) = 6$.

$$\left.\begin{array}{l} N(9-) = \lim\limits_{t\to 9^-} \left(\left(\frac{t-3}{3}\right)^2 + 2\right) = 6, \\ N(9+) = \lim\limits_{x\to 9^+} \left(10 - \left(\frac{t-15}{3}\right)^2\right) = 6, \end{array}\right\} \Rightarrow N(9-) = N(9+) = N(9)$$

$$\Rightarrow N(t) \text{ és contínua a } t = 9.$$

*b*) Derivant la funció $N(t)$ tenim que:

$$N'(t) = \begin{cases} \frac{2}{9}(t-3), & \text{si } 0 < t \leq 9, \\ -\frac{2}{9}(t-15), & \text{si } 9 \leq t < 24. \end{cases}$$

ja que $N'(9) = \frac{4}{3}$. Observau que les derivades laterals són iguals, ja que $N'_-(9) = \frac{4}{3}$ i $N'_+(9) = \frac{4}{3}$.
Per tant:

$$\text{si } 0 < t < 9 : \; N'(t) = 0 \text{ si, i només si, } t = 3,$$
$$\text{si } 9 < t < 24 : \; N'(t) = 0 \text{ si, i només si, } t = 15.$$

Aleshores:

Model 1. Solucions

| $t$ | 0 | 3 | 9 | 15 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|
| $N'(t)$ | - | + | + | - | |
| $N(t)$ | $\searrow$ | $\nearrow$ | $\nearrow$ | $\searrow$ | |

Per tant, en els intervals d'hores $(0,3)$ i $(15,24)$ el nombre de vehicles disminueix. A l'interval $(3,15)$ hores el nombre de vehicles augmenta.

c) El major nombre de vehicles va passar a les 15 hores, i aquest nombre és $N(15) = 10$ vehicles.

**3.** Tenim un dau correcte i dues urnes amb bolles descrites a continuació:

Urna I: 1 bolla negra, 3 bolles vermelles i 6 bolles verdes.
Urna II: 2 bolles negres, 6 bolles vermelles i 2 bolles verdes.

Tiram el dau. Si surt 1 o 2, anam a l'urna I. Si surt 3, 4, 5 o 6, acudim a l'urna II. Extreim a l'atzar una bolla de l'urna corresponent.

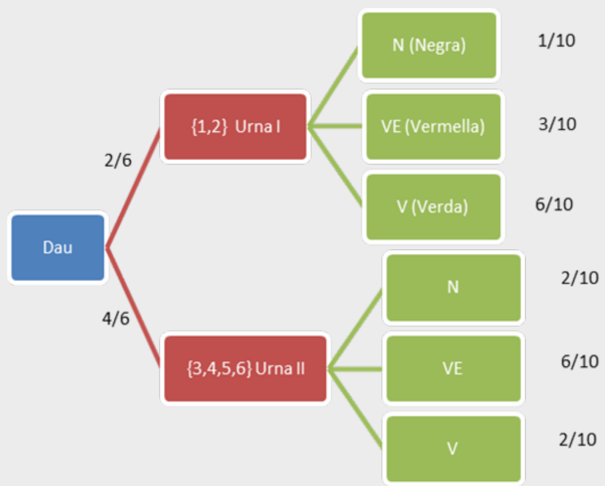
*a*) Donau un diagrama en arbre que representi l'experiment amb totes les probabilitats. (3 punts)

*b*) Calculau les probabilitats següents: (4 punts)

i) $p(\{3,4,5,6\}$ i $\{\text{bolla vermella}\})$.
ii) $p(\{\text{bolla verda}\}/\{1\})$.
iii) $p(\{\text{bolla vermella}\}/\{5\})$.
iv) $p(\{2\}$ i $\{\text{bolla verda}\})$.

*c*) Calculau la probabilitat que la bolla extreta hagi estat vermella i que hagi estat negra. Quina és la probabilitat que la bolla extreta hagi estat verda? Quant val la suma de les tres probabilitats? Justifica la resposta. (3 punts)

**Solució.** *a*) L'arbre és:



Model 1. Solucions

*b*)

$$p(\{3,4,5,6\} \text{ i } \{\text{bolla vermella}\}) = \frac{4}{6}\cdot\frac{6}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}.$$
$$p(\{\text{bolla verda}\}/\{1\}) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$
$$p(\{\text{bolla vermella}\}/\{5\}) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$
$$p(\{2\} \text{ i } \{\text{bolla verda}\} = \frac{1}{6}\cdot\frac{6}{10} = \frac{1}{10}.$$

*c*)

$$p(\{\text{bolla vermella}\}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{3}{10} + \frac{4}{6}\cdot\frac{6}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}.$$
$$p(\{\text{bolla negra}\}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{1}{10} + \frac{4}{6}\cdot\frac{2}{10} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}.$$
$$p(\{\text{bolla verda}\}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{6}{10} + \frac{4}{6}\cdot\frac{2}{10} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}.$$

Finalment:

$$p(\{\text{bolla vermella}\}) + p(\{\text{bolla negra}\}) + p(\{\text{bolla verda}\}) = \frac{30}{60} + \frac{10}{60} + \frac{20}{60} = 1.$$

**4.** Resoleu els apartats següents:

*a*) El pes dels habitants d'una ciutat té una mitjana de 67 kg i una desviació típica de 5 kg. Quina és la probabilitat que la mitjana del pes de 100 persones superi els 68.5 kg? I que sigui menor que 68 kg?. (5 punts)

*b*) En un hospital s'ha pres la temperatura a una mostra de 64 pacients, per a estimar la temperatura mitjana dels malalts. La mitjana de la mostra ha estat de 37,1 °C, i la desviació típica de la població, d'1,04 °C. Calcula un interval de confiança per a la mitjana poblacional amb un nivell de confiança del 99%. Interpreta el resultat en l'entorn del problema. (5 punts)

**Solució.** *a*) Com que la grandària de la mostra $n = 100$ és gran, podem dir que

$$\overline{x} \equiv N\left(67, \frac{5}{\sqrt{100}}\right) = N(67, 0.5).$$

Per tant:

$$p(\overline{x} > 68,5) = p\left(\frac{\overline{x}-67}{0.5} > \frac{68.5-67}{0.5}\right) = p(Z > 3) = 1 - p(Z \leq 3)$$
$$= 1 - 0.9987 = 0.0013.$$
$$p(\overline{x} < 68) = p\left(\frac{\overline{x}-67}{0.5} < \frac{68-67}{0.5}\right) = p(Z < 2) = 0.9772.$$

Model 1. Solucions

*b*) Un interval de confiança per a la mitjana de la població amb un nivell de confiança $1-\alpha$ és

$$\left(\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right).$$

Calculem el valor crític $z_{\frac{\alpha}{2}}$ i cerquem el seu valor a la taula $N(0,1)$ donada amb els enunciats. El nivell de confiança és del 99%.

$$1-\alpha = 0.99 \Longrightarrow \alpha = 0.01 \Longrightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.005 \Longrightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.005}.$$

$$\phi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \phi(z_{0.005}) = 1 - 0.005 = 0.995 \Longrightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = \phi^{-1}(0.995) = \frac{2.57+2.58}{2} = 2.575.$$

En aquest cas l'interval de confiança demanat és:

$$\begin{aligned}\left(\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) &= (37.1 - 2.575 \cdot \frac{1.04}{\sqrt{64}}, 37.1 + 2.575 \cdot \frac{1.04}{\sqrt{64}}) \\ &= (37.1 - 2.575 \cdot \frac{1.04}{8}, 37.1 + 2.575 \cdot \frac{1.04}{8}) \approx (36.765, 37.435).\end{aligned}$$

La interpretació de l'interval de confiança és la següent: si calculam $N$ intervals de confiança per a la mitjana poblacional al $99\%$ de confiança fent servir la metodologia anterior i n'escollim un a l'atzar, hi ha una probabilitat de $0.99$ que contingui el valor de la mitjana poblacional.

Model 1. Solucions

## OPCIÓ B

**1.** Una empresa d'autobusos té tres línies: $A$, $B$ i $C$. Dilluns varen sortir 5 autobusos a la línia $A$, 3 a la $B$ i 4 a la $C$. Dimarts varen sortir 2 autobusos a la línia $A$, 1 a la $B$ i 4 a la $C$. Dimecres varen sortir 1 autobús a la línia $A$, 3 a la $B$ i 5 a la $C$.

*a*) Representau les dades en forma de matriu. (2 punts)
*b*) Té inversa la matriu construïda a l'apartat a)? En cas negatiu, justificau la resposta. En cas positiu, calculau la seva inversa. (4 punts)
*c*) Si $D$ és la matriu construïda a l'apartat a), resoleu, si és possible, el sistema d'equacions: (4 punts)

$$D \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -33 \\ -33 \\ -33 \end{pmatrix}.$$

**Solució.** *a*) Tenim que:

Línies

| Autobusos | | A | B | C |
|---|---|---|---|---|
| | Dillus | 5 | 3 | 4 |
| | Dimarts | 2 | 1 | 4 |
| | Dimecres | 1 | 3 | 5 |

$$\Longrightarrow \quad D = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

*b*) Tenim que

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = -33 \neq 0.$$

Això ens permet afirmar que la matriu $D$ té inversa.
Així:

$$D^{-1} = \frac{1}{-33} \begin{pmatrix} 7 & -6 & 5 \\ -3 & 21 & -12 \\ 8 & -12 & -1 \end{pmatrix}^t = \frac{1}{33} \begin{pmatrix} 7 & 3 & -8 \\ 6 & -21 & 12 \\ -5 & 12 & 1 \end{pmatrix}.$$

*c*)

$$D \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -33 \\ -33 \\ -33 \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = D^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -33 \\ -33 \\ -33 \end{pmatrix} = \frac{1}{33} \begin{pmatrix} 7 & 3 & -8 \\ 6 & -21 & 12 \\ -5 & 12 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -33 \\ -33 \\ -33 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -7-3+8 \\ -6+21-12 \\ 5-12-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -8 \end{pmatrix}.$$

**2.** Una empresa es dedica a elaborar lots de productes que es venen als supermercats. En aquest moment estan empaquetant dos lots diferents. El lot de tipus A té 1 formatge i 2 botelles de vi, i el transport costa 0,90 €. El lot de tipus B té 3 formatges i 1 botella de vi, i costa 1,50 € transportar-lo. L'empresa disposa de 200 formatges i 100 botelles de vi, i han d'elaborar, almenys, 10 lots del tipus A i 25 del tipus B.

Model 1. Solucions

Quants lots de cada classe han d'elaborar perquè les despeses en transport siguin mínimes?

S'ha de plantejar el problema com un problema de programació lineal, dibuixant la regió factible de solucions i determinant i dibuixant els seus vèrtexs. (10 punts)

**Solució.** Siguin:

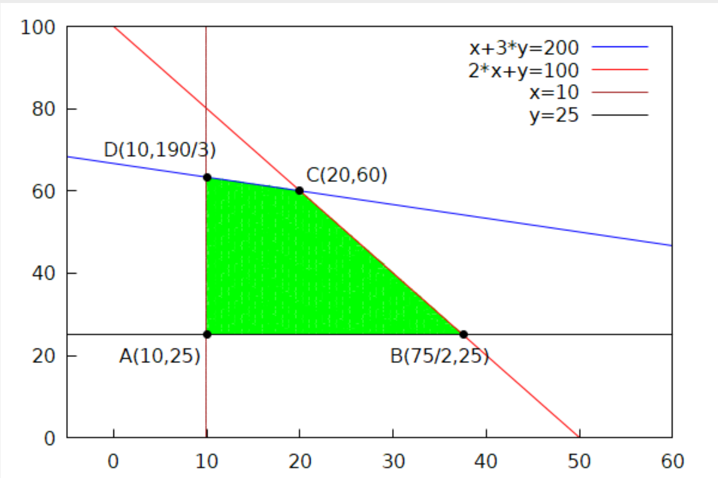
$$x\rightarrow \text{“nombre de lots de tipus } A\text{”},$$
$$y\rightarrow \text{“nombre de lots de tipus } B\text{”}.$$

| | **Lots de tipus** $A$ | **Lots de tipus** $B$ | **Total** | |
|---|---|---|---|---|
| **Formatges** | 1 | 3 | 200 | $\rightarrow x+3y\leq 200,$ |
| **Ampolles de vi** | 2 | 1 | 100 | $\rightarrow 2x+y\leq 100,$ |
| **Cost del transport (€)** | 0.90 | 1.50 | | $f(x,y)=0.90x+1.50y,$ |

i, a més, $x\geq 10$, $y\geq 25$, sent la funció objectiu $f(x,y)=0.90x+1.50y$.

La regió factible està fitada amb vèrtexs

$$A=(10,25),\ B=(75/2,25),\ C=(20,60),\ D=(10,190/3).$$




$$f(10,25)=46.5,\ f(75/2,25)=71.25,\ f(20,60)=108,\ f(10,190/3)=104.$$

Observant els anteriors valors, tenim que el mínim s'aconsegueix a $A=(10,25)$. És a dir, les despeses del transport seran mínimes elaborant 10 lots de tipus $A$ i 25 lots de tipus $B$; aquestes despeses seran un total de 46.5 €.

Model 1. Solucions

**3.** El nombre de visitants a un museu s'obté mitjançant la funció

$$V(t) = \frac{300t}{t^3+2}$$

on $t$ és l'hora des de l'obertura del museu. Suposem que l'hora d'obertura del museu són les 9:00 hores del matí.

*a*) Quan creix i decreix el nombre de visitants del museu? (4 punts)
*b*) Quan rep el museu el nombre més gran de visitants? Quin és aquest nombre? (2 punts)
*c*) En quin valor de $t$ es produeix un punt d'inflexió de $V(t)$? (4 punts)

**Solució.** *a*) Derivant la funció $V(t)$ obtenim

$$V'(t) = \frac{600-600t^3}{t^6+4t^3+4} = \frac{600-600t^3}{(t^3+2)^2}.$$

S'observa que $Vi(t) = 0$ si, i només si, $t = 1$. Per tant:

| $t$ | 0 | 1 | Tancament |
|---|---|---|---|
| $V'(t)$ | $+$ | - | |
| $V(t)$ | $\nearrow$ | $\searrow$ | |

A l'interval $(0,1)$ creix el nombre de visitants i a l'interval $(1, \text{Tancament})$ decreix el nombre de visitants. És a dir, durant la primera hora creix el nombre de visitants del museu i aquest nombre decreix la reste d'hores d'obertura.

*b*) El nombre més gran de visitants el rep quan fa una hora que l'han obert i aquest nombre és

$$V(1) = \frac{300}{1-2} = 100.$$

100 visitants és el nombre màxim.

*c*) Tenim que

$$V''(t) = \frac{1800t^5 - 7200t^2}{t^9+6t^6+12t^3+8}.$$

$V''(t) = 0$ si, i només si, $1800t^5 - 7200t^2 = 0$ si, i només si, $t^2(1800t^3 - 7200t) = 0$ si, i només si, $t = 0$, $t = \sqrt[3]{4} \approx 1.5874$.
Per tant, $V(t)$ té un punt d'inflexió quan $t = \sqrt[3]{4} \approx 1.5874$.

**4.** Tenim dues urnes descrites a continuació:

Urna I: 2 bolles negres, 1 bolla vermella i 3 bolles verdes.
Urna II: 1 bolla negra, 2 bolles vermelles i 1 bolla verda.

L'experiment consisteix a extraure una bolla a l'atzar de l'urna I, introduir-la en l'urna II, remoure i extraure, finalment, una bolla a l'atzar de l'urna II.

Model 1. Solucions

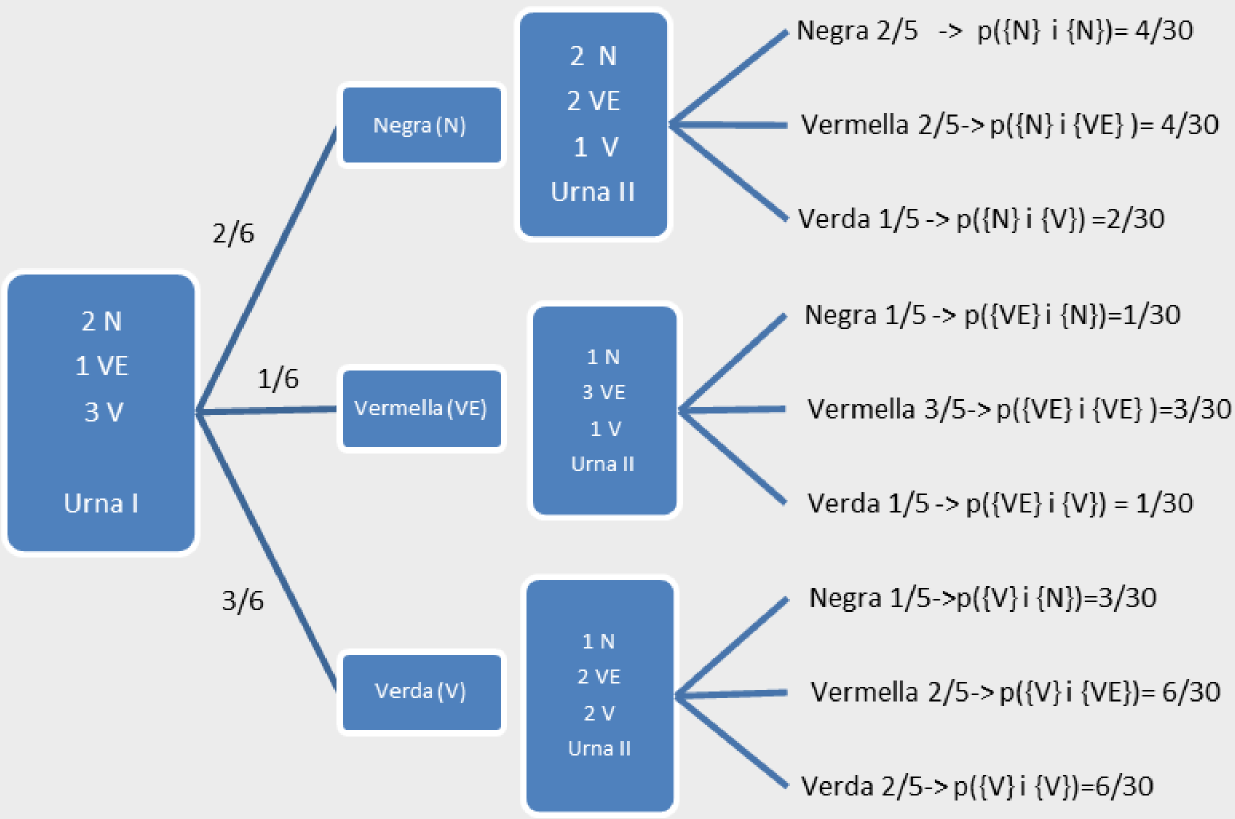
*a*) Donau un diagrama en arbre que representi l'experiment amb les probabilitats associades. (3 punts)

*b*) Calculau la probabilitat que la segona bolla extreta sigui (3 punts)
b.1) vermella. b.2) negra. b.3) verda.

*c*) Sabent que la segona bolla ha esta negra, quina és la probabilitat que la primera també ho fos? (2 punts)

*d*) Quina és la probabilitat que la primera fos vermella sent vermella la segona? (2 punts)

**Solució.** *a*)




*b*)

b.1) $p(\{\text{2a bolla vermella}\}) = \frac{4}{30} + \frac{3}{30} + \frac{6}{30} = \frac{13}{30}$.

b.2) $p(\{\text{2a bolla negra}\}) = \frac{4}{30} + \frac{1}{30} + \frac{3}{30} = \frac{8}{30}$.

b.3) $p(\{\text{2a bolla verda}\}) = \frac{2}{30} + \frac{1}{30} + \frac{6}{30} = \frac{9}{30}$.

*c*)

$$p(\text{1a N}/\text{2a N}) = \frac{p(\{\text{N}\} \text{ i } \{\text{N}\})}{p(\text{2a N})} = \frac{\frac{4}{30}}{\frac{8}{30}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

*d*)

$$p(\text{1a VE}/\text{2a VE}) = \frac{p(\{\text{VE}\} \text{ i } \{\text{VE}\})}{p(\text{2a VE})} = \frac{\frac{3}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{3}{13}.$$

Model 1. Solucions

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |
| 3.5 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 |
| 3.6 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.7 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.8 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 4.0 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 4.1 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |

Taula 1: Taula de la distribució normal $N(0,1)$.