

Com a criteri general, les respostes s'han de justificar. Cada apartat de cada exercici té un punt com a puntuació màxima. El plantejament correcte de la resposta es puntuarà amb 0,5 punts. S'han de posar les unitats correctes a les solucions numèriques; si no són les correctes o no s'han posat, es restaran 0,25 punts. Les errades en els factors de les fórmules emprades també es penalitzaran amb 0,25 punts.

OPCIÓ A

1. Dades per a aquest exercici: massa de la Terra $M_T = 5,97 \times 10^{24}$ kg, radi de la Terra $R_T = 6370$ km, massa del Sol $M_S = 1,99 \times 10^{30}$ kg i radi mitjà de l'òrbita de la Terra al voltant del Sol $R_{ST} = 1,50 \times 10^8$ km.

- Considerant exclusivament el camp gravitatori terrestre, quina és la velocitat d'escapament des de la superfície de la Terra?
- Un cos ha assolit la velocitat anterior mentre es troba a una distància del Sol igual al radi de l'òrbita de la Terra. Té aquest cos l'energia suficient per escapar del camp gravitatori solar? Raonau la resposta.

-
- a) La velocitat d'escapament d'un cos des de la superfície de la Terra, és a dir, aquella que fa que l'energia mecànica total del cos sigui zero, és:

$$v_{esc} = \sqrt{2G \frac{M_T}{R_T}} = 11,2 \text{ km/s}$$

- b) Tindria l'energia suficient per escapar del camp gravitatori solar si tingués una velocitat

$$v_{esc,S} = \sqrt{2G \frac{M_S}{R_{ST}}} = 42,1 \text{ km/s}$$

Per tant, amb la velocitat calculada al primer apartat no tindrà l'energia suficient per escapar del camp gravitatori del Sol.

2. Una càrrega Q positiva es mou en una regió on hi ha un camp elèctric uniforme \mathbf{E} .

- Com varia l'energia potencial de Q si es desplaça en la mateixa direcció i el mateix sentit del camp elèctric?
- Com varia l'energia potencial de Q si es desplaça en una direcció perpendicular al camp \mathbf{E} ?

-
- Si la càrrega Q es desplaça una distància d en la mateixa direcció i sentit que el camp elèctric \mathbf{E} , experimentarà una variació de l'energia potencial $\Delta U = -QEd$. Com que $Q > 0$, serà una disminució de l'energia potencial.
 - Si la càrrega Q es desplaça en una direcció perpendicular a \mathbf{E} , el camp no fa treball i per tant l'energia potencial no varia.

3. Un cable conductor molt llarg, situat al llarg de l'eix OZ , transporta un corrent de $20,0 \text{ A}$ en el sentit positiu de l'eix. Un segon cable també molt llarg és paral·lel a l'eix OZ i passa per $x = 10,0 \text{ cm}$.

- Determinau la intensitat del corrent en el segon cable sabent que el camp magnètic és zero a $x = 4,0 \text{ cm}$.
- Quina és la força per unitat de longitud que actua damunt cada cable? Dibuixau un esquema per indicar la direcció i sentit de les forces.

(Permeabilitat magnètica del buit $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$)

- La intensitat de corrent I_2 al segon conductor ha de ser del mateix sentit que I_1 al primer conductor. D'aquesta manera els respectius camps magnètics creats tenen sentits contraris a la regió entre els dos conductors i el camp magnètic total es pot anul·lar. Si D és la separació dels conductors, els camps magnètics B_1 i B_2 creats a una distància d del primer i $D - d$ del segon valen respectivament:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \quad \text{i} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi (D - d)}$$

El camp magnètic total s'anul·larà on $B_1 = B_2$. D'aquesta condició resulta la relació:

$$I_2 = \frac{D - d}{d} I_1 = \frac{3}{2} I_1 = 30,0 \text{ A}$$

- Les forces entre els dos conductors seran atractives tal com es desprèn de $\mathbf{F} = I\mathbf{L} \times \mathbf{B}$, on \mathbf{L} és un element de corrent de longitud L en la direcció i sentit del corrent I . La força per unitat de longitud valdrà:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi D} = 1,2 \times 10^{-3} \text{ N/m}$$

4. Quan un raig de llum incideix sobre una superfície plana que separa dos medis, part de la llum es reflecteix i part es refracta. Si l'angle de reflexió és de 28° , el de refracció és de 35° i l'índex de refracció del primer medi val $n_1 = 1,30$, determina:

- L'índex de refracció del segon medi.
- L'angle d'incidència per al qual es produeix reflexió total.

- a) L'angle d'incidència és de 28° , igual a l'angle de reflexió. Amb la llei de Snell podem determinar l'índex de refracció del segon medi, que val:

$$n_2 = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} n_1 = \frac{\sin 28^\circ}{\sin 35^\circ} \times 1,30 = 1,06$$

- b) La reflexió total es donarà per a angles d'incidència iguals o superiors a l'angle límit θ_{lim} que val:

$$\theta_{lim} = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = \arcsin \frac{1,06}{1,30} = 55^\circ$$

5. a) Calculeu l'activitat d'una mostra de 5,0 mg d'un núclid que té una constant radioactiva $\lambda = 3,0 \times 10^{-9} \text{ s}^{-1}$ i massa atòmica de 200 u.
(1 u = $1,66 \times 10^{-27}$ kg, $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)
- b) Quants d'anys hauran de transcórrer per tal que l'activitat d'aquesta mostra sigui un 60 % de la inicial?

- a) L'activitat radioactiva $A(t)$ d'una mostra és

$$A(t) = \lambda N(t)$$

on $N(t)$ és el nombre de nuclis radioactius presents a l'instant t . Si inicialment tenim una massa $m = 5,0$ mg el nombre de nuclis serà

$$N_0 = N(0) = \frac{5,0 \times 10^{-6} \text{ kg}}{200 \text{ u} \times 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg/u}} = 1,51 \times 10^{19} \text{ nuclis}$$

L'activitat serà $A_0 = \lambda N_0 = 4,52 \times 10^{10} \text{ Bq}$.

- b) Per altra part l'activitat $A(t)$ és

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$$

L'activitat serà un 60 % de la inicial a l'instant en què $N(t) = 0,6N_0$, que serà:

$$e^{-\lambda t} = 0,6 \rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} \ln 0,6 = 1,7 \times 10^8 \text{ s} = 5,4 \text{ anys.}$$

OPCIÓ B

1. Una sonda espacial de massa $m = 1200$ kg s'ha situat en una òrbita circular de radi $r = 6000$ km al voltant d'un planeta. Si l'energia cinètica de la sonda és $E_c = 5,4 \times 10^9$ J, calculau:

- El període orbital de la sonda.
- La massa del planeta.

a) Expressant la velocitat de la sonda en termes de l'energia cinètica, el període de la sonda serà:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{2E_c}{m}}} = 3,5 \text{ h}$$

b) De la igualtat entre l'acceleració gravitatòria i la centrípeta de la sonda podem aïllar la massa M del planeta, resultant:

$$G \frac{M}{r^2} = \frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad M = \frac{v^2 r}{G} = \frac{2 E_c r}{G m} = 8,1 \times 10^{23} \text{ kg}$$

2. Un feix d'electrons d'energia cinètica 5,0 keV travessa sense desviar-se una zona on hi ha un camp elèctric \mathbf{E} i un camp magnètic \mathbf{B} ; ambdós camps són uniformes, perpendiculars entre si i al feix d'electrons. Si el mòdul del camp magnètic val $B = 2,3 \times 10^{-3}$ T, determinau:

- La velocitat del electrons.
- El valor del camp elèctric.

(Massa de l'electró $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg = 0,511 MeV/c²)

a) Amb el valors de l'energia cinètica E_c i de la massa de l'electró podem calcular la seva velocitat:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = 0,14 c = 4,2 \times 10^7 \text{ m/s}$$

b) Si el feix d'electrons no es desvia vol dir que les forces elèctrica i magnètica s'anul·len entre si, és a dir, $eE = evB$. Llavors el valor del camp elèctric serà $E = vB$, amb el valor de la velocitat calculat a l'apartat anterior s'obté:

$$E = vB = 9,7 \times 10^4 \text{ N/C}$$

3. Una explosió allibera 10^7 J d'energia en 1 segon; el 50 % d'aquesta energia es converteix en ones sonores.

a) Si el so es propaga formant fronts d'ona esfèrics, quina és la intensitat de l'ona a 110 m de l'explosió?

b) Quin és el nivell acústic del renou a aquesta distància?

(Intensitat llindar d'audició $I_0 = 10^{-12}$ W/m²)

a) La potència sonora mitjana P_m de l'explosió és de $5,0 \times 10^6$ W. A 110 m de l'explosió la intensitat del so serà:

$$I = \frac{P_m}{4\pi r^2} = 32,9 \text{ W/m}^2$$

b) Per a aquesta intensitat el corresponent nivell acústic serà

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{32,9}{10^{-12}} = 135 \text{ dB}$$

4. Una lent convergent forma una imatge de grandària doble d'un objecte real. Si la imatge queda 60 cm més enllà de la lent, calculau:

a) La distància de l'objecte a la lent.

b) La distància focal de la lent.

a) L'augment lateral m en funció de les posicions de l'objecte, s , i de la imatge, s' , és $m = -s'/s$. Si la grandària de la imatge és el doble de l'objecte, l'augment lateral podria valer $m = \pm 2$.

La posició de la imatge és $s' = 60$ cm. La distància de l'objecte a la lent serà $s = -s'/m$. En ser l'objecte real $s > 0$, l'augment lateral ha de valer $m = -2$ i per tant la distància de l'objecte a la lent valdrà $s = 30$ cm.

b) De l'equació que relaciona les posicions objecte i imatge amb la distància focal

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

deduïm que la distància focal de la lent és:

$$f = \frac{s s'}{s + s'} = 20 \text{ cm}$$

5. Un nucli de ${}^{118}_{49}\text{In}$ absorbeix un neutró i es transforma en l'isòtop ${}^{119}_{50}\text{Sn}$ i partícules addicionals.
- Indicau quines són les partícules addicionals.
 - Escriviu la reacció ajustada.

- a) Un nucli ${}^{118}_{49}\text{In}$ conté 49 protons amb càrrega elèctrica positiva i 69 neutrons amb càrrega elèctrica nul·la ($49 + 69 = 118$). Quan el nucli ${}^{118}_{49}\text{In}$ absorbeix un neutró, es forma momentàniament un sistema de 49 protons i 70 neutrons, que sumen 119 nucleons.

A l'altre membre de la reacció, el nucli ${}^{119}_{50}\text{Sn}$ conté 50 protons i 69 neutrons, que sumen 119 nucleons. Comprovam, doncs, que la reacció conserva el nombre de nucleons (es compleix la llei de conservació del nombre bariònic).

Com que la càrrega elèctrica també s'ha de conservar, quan ${}^{118}_{49}\text{In}$ (49 protons) es transforma en ${}^{119}_{50}\text{Sn}$ (50 protons) necessàriament s'emet una partícula amb càrrega elemental negativa. Atès que l'enunciat no indica les energies cinètiques que intervenen en el pocés, podem suposar que aquesta partícula negativa és la més lleugera possible, és a dir, un electró.

De manera anàloga al que ocorre a la desintegració β^- en què un neutró es transforma en protó, el sistema nuclear no pot crear sols un electró, sinó que també s'emet un antineutrí electrònic (s'ha de complir la llei de conservació del nombre leptònic electrònic).

- b) Amb tot, la reacció nuclear descrita és:

