$$\left.\begin{array}{l} u = lnx \Rightarrow du = \dfrac{1}{x}\,dx \\ dv = dx \quad \Rightarrow \quad v = x \end{array}\right\} \Rightarrow \int lnx\,dx = xlnx - \int dx = x(lnx - 1)$$

e utilizando a regra de Barrow

$$\int_1^e \int (\frac{1}{x} - lnx)dx = [ln|x| - x(lnx-1)]_1^e = 1 - 1 = 0$$

OPCIÓN B

1. a)

$$\begin{array}{c}Matriz\ de\\ coeficientes\end{array}(C) = \begin{pmatrix} 1 & m & 3 \\ 1 & 2 & m \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad \begin{array}{c}Matriz\\ ampliada\end{array}(A) = \begin{pmatrix} 1 & m & 3 & 1 \\ 1 & 2 & m & m \\ 1 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix};$$

Calculamos o rango da matriz de coeficientes:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 2 \neq 0 \Rightarrow rang(C) \geq 2$$

$$\begin{vmatrix} 1 & m & 3 \\ 1 & 2 & m \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix} = m^2 - 7m + 12$$

Como

$m^2 - 7m + 12 = 0 \Leftrightarrow m = 3$ ou $m = 4$

Temos:

$m = 3 \Rightarrow rang(C) = 2$

$m = 4 \Rightarrow rang(C) = 2$

$m \neq 3, e\ \ m \neq 4 \Rightarrow rang(C) = 3$

Como $rang(C) \leq rang(A) \leq 3,$ só necesitamos calcular o rango da matriz ampliada nos casos $m = 3$ e $m = 4$:

$\boxed{m = 3}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \Rightarrow rang(A) = 3$$

$\boxed{m = 4}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow rang(A) = 2$$

Discusión:

$m = 3 \Rightarrow rang(C) = 2 < 3 = rang(A)$ Sistema incompatible.

$m = 4 \Rightarrow rang(C) = 2 = rang(A) < n^o\ incógnitas.$ Sistema compatible indeterminado.

$m \neq 3$ e $m \neq 4 \Rightarrow rang(C) = 3 = rang(A) = n^o\ incóg$. Sistema compatible determinado.

b) Caso $\boxed{m = 4}$. Polo visto no apartado anterior, o sistema é compatible indeterminado e ten infinitas solucións. Un sistema equivalente é:

$$\begin{array}{lcl} x + 2y & = & 4 - 4z \\ x + 4y & = & 1 - 3z \end{array}$$

e as infinitas solucións son

$$\begin{cases} x = -5\lambda + 7 \\ y = \frac{1}{2}\lambda - \frac{3}{2} \\ z = \lambda \end{cases} ; \quad \lambda \in \mathrm{R}$$

2. a)

Punto da recta r: $P_r(1,1,0)$

Vector director da recta r: $\vec{v}_r = (1,2,1)$

Vector director da recta s: $\vec{v}_s = \overrightarrow{PQ} = (1,-1,0)$; $\overrightarrow{P_rP} = (-1,1,1)$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -3 \neq 0 \Rightarrow rang\left(\overrightarrow{P_rP}, \vec{v}_r, \vec{v}_s\right) = 3 \quad \Rightarrow \boxed{As\ rectas\ crúzanse.}$$

$$\vec{v}_r \mathrm{x}\, \vec{v}_s = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = (1,1,-3)$$

$$d(r,s) = \frac{\left|\det\left(\overrightarrow{P_rP}, \vec{v}_r, \vec{v}_s\right)\right|}{|\vec{v}_r \mathrm{x}\, \vec{v}_s|} = \frac{3}{\sqrt{1+1+9}} = \boxed{\frac{3\sqrt{11}}{11}\ unidades}$$

b) $P(0,2,1)$ é un punto do plano π

$\vec{n}_\pi = \vec{v}_r \mathrm{x}\, \vec{v}_s = (1,1,-3)$ é un vector perpendicular ao plano π. Polo tanto, a ecuación do plano π será:

$$x + y - 2 - 3(z-1) = 0$$

$$\boxed{\pi:\ x + y - 3z + 1 = 0}$$

3. a) $f'(x) = 4x^3 - 16x = 4x(x^2-4)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$f''(x) = 12x^2 - 16$

$f''(0) = -16 < 0$. $\boxed{Máximo\ relativo: (0,1)}$

$f''(-2) = f''(2) = 32>0$. $\boxed{Mínimos\ relativos: (-2,15), (2,15)}$

$f(x)$ función polinómica $\Rightarrow$ $f(x)$ é continua no intervalo $[-3,3] \Rightarrow$ $f(x)$ alcanza o mínimo e máximo absolutos no intervalo $[-3,3]$

$f(-3) = f(3) = 10$

Polo tanto:

$$\boxed{Mínimo\ absoluto\ no\ intervalo\ [-3,3]: -15}$$

$$\boxed{Maximo\ absoluto\ no\ intervalo\ [-3,3]:\ 10}$$

b) A función pasa polo punto (1,2)

$\boxed{f(1) = 2 \Rightarrow a = 2}$.

$f(x) = 2x^2 + bxlnx$

$f'(x) = 4x + blnx + b$

$f''(x) = 4 + \frac{b}{x}$

En $x = 1$, a función ten un punto de inflexión

$0 = f''(1) = 4 + b \Rightarrow \boxed{b = -4}$

Polo tanto: $f(x) = 2x^2 - 4xlnx$.

Como a función ln só está definida para números positivos, temos que

$\boxed{Dom(f(x)) = (0, +\infty)}$

Por outra parte

$f''(x) = 4 - \frac{4}{x} = \frac{4(x-1)}{x}$

E analizando o signo da segunda derivada:

	(0,1)	(1, +∞)
$f''(x)$	< 0	> 0
$f(x)$	cóncava	convexa

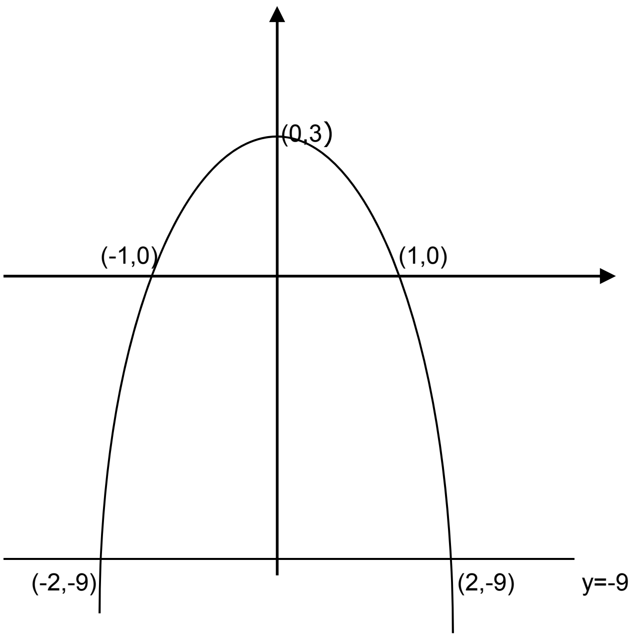
4. a) A función $F(x)$ é unha primitiva de $f(x)$ se $F'(x) = f(x)$.

Chámase integral indefinida de $f(x)$ ao conxunto de todas as primitivas de $f(x)$. Represéntase por $\int f(x)dx = F(x) + C$.
O símbolo $\int$ chámase integral, mentras que $f(x)dx$ recibe o nome de integrando, $F(x)$ é unha primitiva de $f(x)$ e C é a constante de integración.

b) Vértice da parábola: (0,3)

- 3 < 0 ⇒ convexa

Puntos de corte da parábola cos eixos: (0,3), (-1,0), (1,0)



Puntos de corte das gráficas

$\left. \begin{array}{l} y = -3x^2 + 3 \\ y = -9 \end{array} \right\} \Rightarrow$ (-2,-9), (2,-9)

Polo tanto

$A = \int_{-2}^{2} (-3x^2 + 3 + 9)dx;$

$A = [-x^3 + 12x]_{-2}^{2} = \boxed{32\ u^2}$