



### INSTRUCCIONES

- Responde solo a una de las dos opciones (OPCIÓN A/ OPCIÓN B).
- No está permitido el uso de calculadoras gráficas o programables.

### OPCIÓN A

**Parte A1: Responde a cada una de las tres preguntas que se plantean a continuación. Su valor total es de 6 puntos.**

**Pregunta A1.1. (1+1 puntos)** Sea  $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3a^2x + b$ , con  $a$  un valor real positivo.

- Determinar  $a$  y  $b$  sabiendo que la curva  $y = f(x)$  pasa por el punto  $(1,1)$  y la recta tangente en dicho punto tiene pendiente doce.
- Tomando  $a = 1/3$  y  $b = -1/3$ , calcula  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot f(x)}{x^2 - 1}$ .

**Pregunta A1.2. (1+1 puntos)** En la sociedad recreativa *Los Pelendones* hay tres quioscos en los que se venden refrescos, bocadillos y bolsas de *snacks* (patatas fritas, cortezas, cacahuetes, etc.). Todos los productos del mismo tipo tienen un único precio; es decir, todos los refrescos cuestan igual y lo mismo para los bocadillos y las bolsas de *snacks*. A lo largo de un día de verano la distribución de ventas y los ingresos de los tres quioscos aparecen reflejados en la tabla adjunta.

	Primer quiosco	Segundo quiosco	Tercer quiosco
Refrescos vendidos	20	12	15
Bocadillos vendidos	40	25	32
Bolsas de <i>snacks</i> vendidas	20	13	24
Ingresos (en euros)	210 €	131 €	178 €

- Plantea un sistema de ecuaciones que permita determinar el precio de cada uno de los tipos de productos que se venden en los quioscos de la sociedad.
- Determina el precio de los distintos tipos de productos.

**Pregunta A1.3. (1+1 puntos)** El peso de las peras de una cosecha en Rincón de Soto sigue una distribución normal con una desviación típica de 25 gramos.

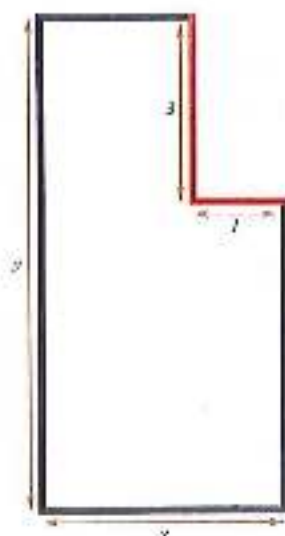
- Supongamos que tomamos una muestra de 121 peras y obtenemos un peso medio de 150 gramos, determinar un intervalo de confianza al 90% para la media del peso.
- ¿Cuál habrá sido el tamaño y la media de un muestra si el intervalo de confianza al 85% obtenido para la media del peso es  $(156.4, 163.6)$ ?

(Véase la Tabla simplificada para la normal tipificada al final del examen.)



**Parte A2: Responde a dos de las tres preguntas que se plantean a continuación. Su valor total es de 4 puntos.**

**Pregunta A2.1. (1+1 puntos)**



Sobre dos muros formando un ángulo recto de longitudes respectivas 1 y 3 metros (en rojo en la figura de la izquierda) vamos a construir una casa con una planta como la de la figura. Responde a las siguientes cuestiones.

- Si queremos que la planta tenga un área de 22 metros cuadrados, determinar los valores de  $x$  e  $y$  para que el número de metros de muro que debemos construir sea mínimo.
- Si deseamos cerrar la planta construyendo 36 metros de muro, determinar los valores de  $x$  e  $y$  para que el área de la planta sea máxima.

**Pregunta A2.2. (1+1 puntos)** Consideremos la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2a - 5 & a - 2 \\ 4 + a & 1 \end{pmatrix}.$$

- Determinar los valores de  $a$  para los que existe la matriz inversa  $A^{-1}$ .
- Tomando  $a = -1$ , determinar una matriz  $X$  tal que  $A \cdot X = A^t - A + B \cdot I_2$ .

(Nota:  $A^t$  indica la matriz traspuesta de la matriz  $A$  e  $I_2$  la matriz identidad de orden dos.)

**Pregunta A2.3. (1+1 puntos)** Nuestro amigo José, reciente ganador de un concurso local de tortillas, elabora la tortilla de su bar usando patatas y huevos. Un 80% de las tortillas las hace exclusivamente con patatas de Santo Domingo de la Calzada y el resto con patatas de otras zonas. Cuando emplea patatas de Santo Domingo, en el 60% de los casos pone únicamente huevos de gallinas camperas y en el 40% restante utiliza huevos de granja avícola. Cuando la patata no es de Santo Domingo invierte los porcentajes a la hora de añadir los huevos.

- Cuando tomamos un pincho en el bar de José, ¿cuál es la probabilidad de que esté hecho con huevos de gallina campera?
- Si la tortilla está hecha con huevos camperos, ¿cuál es la probabilidad de que lleve patatas de Santo Domingo?





### OPCIÓN B

**Parte B1: Responde a cada una de las tres preguntas que se plantean a continuación. Su valor total es de 6 puntos.**

**Pregunta B1.1. (1+1 puntos)** Sea  $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3a^2x + b$ , con  $a$  un valor real positivo.

- Determinar  $a$  y  $b$  sabiendo que la curva  $y = f(x)$  pasa por el punto  $(1,1)$  y la recta tangente en dicho punto tiene pendiente doce.
- Tomando  $a = 1/3$  y  $b = -1/3$ , calcula  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 \cdot f(x)}{x^2 - 1}$ .

**Pregunta B1.2. (1+1 puntos)** En la sociedad recreativa *Los Pelendones* hay tres quioscos en los que se venden refrescos, bocadillos y bolsas de *snacks* (patatas fritas, cortezas, cacahuetes, etc.). Todos los productos del mismo tipo tienen un único precio; es decir, todos los refrescos cuestan igual y lo mismo para los bocadillos y las bolsas de *snacks*. A lo largo de un día de verano la distribución de ventas y los ingresos de los tres quioscos aparecen reflejados en la tabla adjunta.

	Primer quiosco	Segundo quiosco	Tercer quiosco
Refrescos vendidos	20	12	15
Bocadillos vendidos	40	25	32
Bolsas de <i>snacks</i> vendidas	20	13	24
Ingresos (en euros)	210 €	131 €	178 €

- Plantea un sistema de ecuaciones que permita determinar el precio de cada uno de los tipos de productos que se venden en los quioscos de la sociedad.
- Determina el precio de los distintos tipos de productos.

**Pregunta B1.3. (1+1 puntos)** El peso de las peras de una cosecha en Rincón de Soto sigue una distribución normal con una desviación típica de 25 gramos.

- Supongamos que tomamos una muestra de 121 peras y obtenemos un peso medio de 150 gramos, determinar un intervalo de confianza al 90% para la media del peso.
- ¿Cuál habrá sido el tamaño y la media de una muestra si el intervalo de confianza al 85% obtenido para la media del peso es  $[156.4, 163.6]$ ?

(Véase la **Tabla simplificada para la normal tipificada** al final del examen.)

**Parte B2: Responde a dos de las tres preguntas que se plantean a continuación. Su valor total es de 4 puntos.**

**Pregunta B2.1. (1+1 puntos)** Sea la función  $f(x) = \frac{x}{2-x}$ .

- Determinar las asíntotas de la función dada.
- Calcular la integral definida  $\int_0^2 (2-x) \cdot (f(x) - x) dx$ .



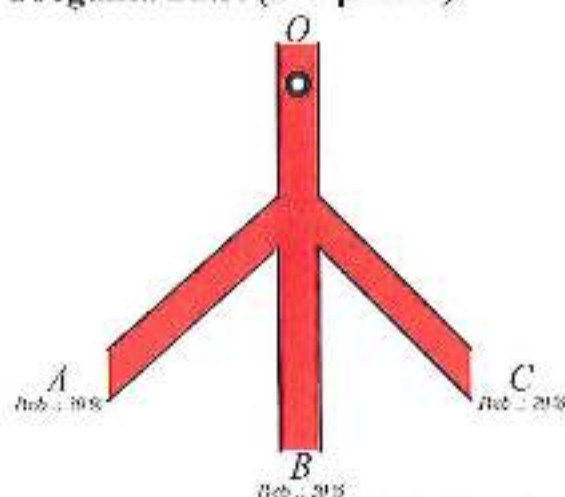
**Pregunta B2.2. (1+1 puntos)** Los productores de las películas de *James Bond* ya se han puesto a trabajar en la próxima entrega de la saga. Han decidido hacer una planificación de las secuencias de acción y de las persecuciones que introducirán en la nueva película y se han puesto las siguientes limitaciones:

1. La película debe contener al menos una persecución y dos escenas de acción.
2. El número de persecuciones debe ser menor o igual que el doble de las escenas de acción.
3. La suma de persecuciones y escenas de acción debe ser menor o igual que nueve.

Ayuda a los productores y resuelve las siguientes cuestiones:

- a) Plantea el conjunto de restricciones y dibuja la región factible asociada con ellas.
- b) Si cada escena de acción aporta 0.8 millones de espectadores a la película y cada persecución 1.2 millones, ¿cuál debe ser la distribución de persecuciones y escenas de acción para maximizar el número de espectadores que verán la película?

**Pregunta B2.3. (1+1 puntos)**



En un dispositivo como el de la figura adjunta, una canica que se lanza desde el punto  $O$  sale por  $A$  con una probabilidad del 30%, por  $B$  con una probabilidad del 50% y por  $C$  con una probabilidad del 20%. Tras tres lanzamientos, calcular:

- a) la probabilidad de que la canica haya salido por  $C$  en algún lanzamiento;
- b) la probabilidad de que en los tres lanzamientos la canica haya salido por agujeros distintos.

Tabla abreviada de la normal tipificada.

Z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7258	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7518	0,7549
0,7	0,7580	0,7612	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7996	0,8023	0,8051	0,8079	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9430	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9485	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9700	0,9706