

Exemplos de resposta / Solucións

CONVOCATORIA DE XUÑO

O/A alumno/a debe responder só aos exercicios dunha das dúas opcións (**A** ou **B**)

OPCIÓN A

Exercicio 1. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Sexa o seguinte sistema de ecuacións lineais $x + y + z = 6$; $x + y - z = 0$; $2x - y + z = 3$, sendo x , y e z os prezos dos produtos P_1 , P_2 e P_3 , respectivamente.

(a) **2 puntos.** *Expresa o sistema en forma matricial $AX = B$. Calcula a matriz inversa de A , sendo A a matriz cadrada de orde 3 dos coeficientes.*

– Expresar o sistema en forma matricial $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ **0'50 puntos.**

– Calcular $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & -1/3 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$ **1'50 puntos.**

(b) **1 punto.** *Calcula os prezos de equilibrio para eses tres produtos x , y , z .*

– Expresión da matriz dos prezos, $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & -1/3 \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ **0'25 puntos.**

– Resolver, obtendo os prezos de equilibrio, $x = 1$, $y = 2$ e $z = 3$, e polo tanto o prezo dos produtos P_1 , P_2 e P_3 é 1, 2 e 3 unidades monetarias, respectivamente. **0'75 puntos (0'25 puntos por cada un deles).**

Exercicio 2. (A puntuación máxima deste exercicio é 3 puntos)

Os beneficios (en centos de miles de euros anuais) estimados por unha pequena empresa durante un período de catro anos, axustáronse á función $B(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$, $0 \leq x \leq 4$, onde $B(x)$ representa os beneficios da empresa aos x anos transcorridos dende a súa constitución ($x = 0$ corresponde ao ano 2006).

(a) **0'50 puntos.** *¿Nalgún ano a empresa non tivo beneficios? Xustifica a resposta.*

– Solucións da ecuación $B(x) = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 6x + 9) = 0 \Rightarrow x = 0$ e $x = 3$ **0'25 puntos.**

– Responder á pregunta do exercicio “A empresa non tivo beneficios no ano 2006 e no 2009” **0'25 puntos.**

(b) **1'75 puntos.** *Determina os intervalos de tempo nos que os beneficios aumentaron e nos que diminuíron. ¿Que información nos proporcionan sobre a evolución dos beneficios neses catro anos? Calcula os beneficios máximo e mínimo e os anos en que se produciron.*

– Determinar a primeira derivada: $B'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ **0'25 puntos.**

– Calcular os puntos críticos: $B'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow x = 1$ e $x = 3$ e facer o estudo do crecemento e do decrecemento da función

	(0, 1)	(1, 3)	(3, 4)
x	$x = 1/2$	$x = 2$	$x = 7/2$
signo de $B'(x)$	$B'(1/2) > 0$	$B'(2) < 0$	$B'(7/2) > 0$

– No intervalo (0, 1) e no (3, 4) os beneficios aumentaron **0'25 puntos.**

– No intervalo (1, 3) os beneficios diminuíron **0'25 puntos.**

– Información sobre a evolución dos beneficios neses catro anos:

Exemplos de resposta / Solucións

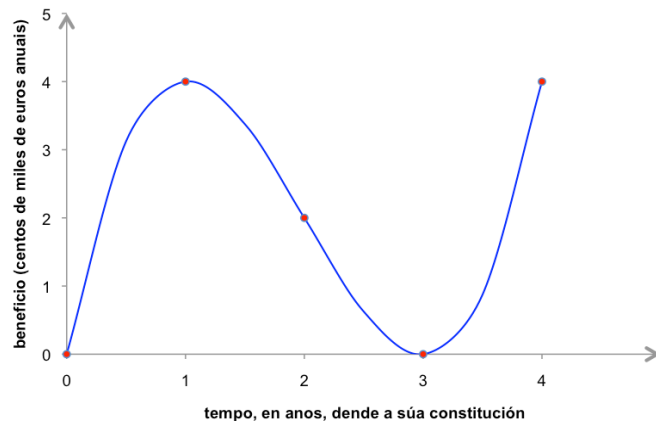
"A empresa foi aumentando os seus beneficios dende o instante da súa constitución, ano 2006, ata o ano 2007. Os beneficios diminuíron entre o 2007 e o 2009, volvendo aumentar ata o ano 2010" **0'50 puntos**.

- No ano 2007 e no 2010, tiveron un beneficio máximo anual de 400.000 euros. No 2009 (e no 2006) o seu beneficio foi mínimo de 0 euros, é dicir, non tiveron beneficios". **0'50 puntos**.

(c) **0'75 puntos**. Utilizando os resultados anteriores e calculando, se o hai, o punto de inflexión, representa a gráfica de $B(x)$

- $B''(x) = 6x - 12$, $B''(x) = 0 \Rightarrow x = 2$, polo que o punto de inflexión preséntase no (2, 2) **0'25 puntos**.
- Representación gráfica da función **0'50 puntos**.

Recuperamos toda a información que tiñamos sobre $B(x)$ e representamos a súa gráfica



Exercicio 3. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Estase a planificar levar a cabo unha enquisa con pequenas empresas dunha poboación. Por experiencia, sábese que só a metade das empresas coas que se contacta responden. Se se contacta con 150 empresas,

(a) **0'50 puntos**. ¿Cal é o número esperado de empresas que responden?

- Definimos a variable aleatoria binomial X = número de empresas que responden, en mostras de 150 empresas. $X \sim B(n = 150, p = 0'5)$ **0'25 puntos**.
- $E(X) = n \cdot p = 150 \cdot 0'5 = 75$. "En mostras de 150 empresas, espérase que respondan 75 delas" **0'25 puntos**.

(b) **1'50 puntos**. ¿Cal é a probabilidade de que como máximo respondan 70 empresas?

- Formular a probabilidade pedida: $P(X \leq 70)$ **0'25 puntos**.
- Paso da binomial á normal:
$$X \sim B(n = 150, p = 0'5) \Rightarrow X' \sim N\left(\mu = n \cdot p = 75, \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = 6'12\right)$$
 0'50 puntos.
- Corrección de medio punto: $P(X \leq 70) = P(X' < 70'5)$ **0'25 puntos**.
- Tipificación: $P(X \leq 70) = P(X' < 70'5) = P\left(Z < \frac{70'5 - 75}{6'12}\right) = P(Z < -0'73)$ **0'25 puntos**.
- Paso a táboas e resultado final: $P(Z < -0'73) = 1 - P(Z < 0'73) = 1 - 0'7673 = 0'2327$ **0'25 puntos**.

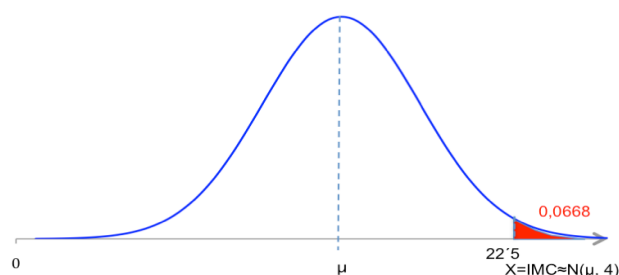
Exercicio 4. (A puntuación máxima deste exercicio é 2 puntos)

Supoñamos que o IMC (índice de masa corporal) en nenas de 13 anos dunha poboación segue unha distribución normal, $N(\mu, \sigma = 4)$

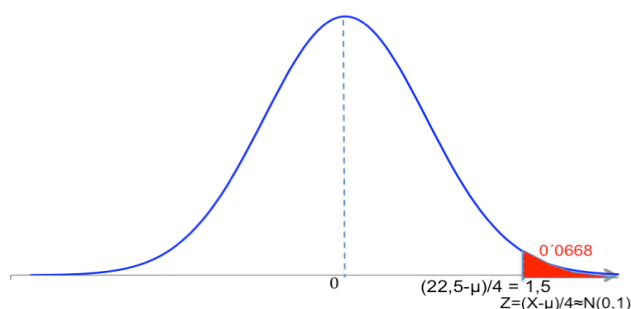
(a) **0'75 puntos**. Se o 6'68% das citadas nenas está en risco de sobrepeso, é dicir, o seu IMC é superior a 22'5, calcula o valor do IMC medio, μ , para as nenas de 13 anos da poboación.

Exemplos de resposta / Solucións

Definimos “ X = índice de masa corporal, IMC, dunha nena de 13 anos desa poboación”, $X \sim N(\mu, \sigma = 4)$.
Pódese facer directamente sobre as gráficas da distribución normal X e a da súa tipificación Z ,



0'25 puntos.



- $\frac{22.5 - \mu}{4} = z_{0.9332} = 1.5$ **0'25 puntos**
- Despexando $\mu = 16.5$ **0'25 puntos**

Ou tamén así

- Formular a condición imposta no enunciado do exercicio: $P(X > 22.5) = 0.0668$ **0'25 puntos.**
- Tipificar e buscar o punto crítico na táboa: $P\left(Z > \frac{22.5 - \mu}{4}\right) = 0.0668 \xrightarrow{\text{Táboas}} \frac{22.5 - \mu}{4} = 1.5$

0'25 puntos.

- Cálculo da media: $\mu = 22.5 - 4 \cdot 1.5 = 16.5$ **0'25 puntos.**

(b) **1'25 puntos.** Se o IMC para as nenas de 13 anos da poboación segue unha distribución $N(16.5, 4)$ e se extrae unha mostra aleatoria de 64 nenas de 13 anos desa poboación, calcula a probabilidade de que o IMC medio da mostra estea por debaixo de 15.3 (por debaixo do peso axeitado)

- Determinar a distribución de $\bar{X}$, $\bar{X} \sim N\left(\mu = 16.5, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.5\right)$ **0,25 puntos.**
- Formular a probabilidade pedida: $P(\bar{X} < 15.3)$ **0,25 puntos.**
- Tipificación: $P(\bar{X} < 15.3) = P\left(Z < \frac{15.3 - 16.5}{0.5}\right) = P(Z < -2.4)$ **0,25 puntos.**
- Paso a táboas: $P(Z < -2.4) = P(Z > 2.4) = 1 - P(Z < 2.4)$ **0,25 puntos.**
- Resultado final: $1 - P(Z < 2.4) = 1 - 0.9918 = 0.0082$ **0,25 puntos.**