Modelo de examen RESUELTO

FÍSICA

OPCIÓN A

1. Un satélite artificial de telecomunicaciones de 400 kg gira en una órbita circular a 540 km de altura sobre la superficie terrestre. Calcule:
   a. La velocidad y el periodo orbital. (0.5 puntos)
   b. La energía que se debe comunicar al satélite para que partiendo de esa órbita se coloque en otra órbita circular de 7000 km de radio. (1 punto)

Datos: G = 6.67×10^{-11} N·m^2·kg^{-2}; R_T = 6370 km, M_T = 5.98×10^{24} kg.

SOLUCIÓN:

a. Para calcular la velocidad orbital, el periodo y la energía potencial partimos de la expresión

$$F_C = F_G \implies m\frac{v^2}{r} = G\frac{mM_T}{r^2} \implies v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}} \implies$$

$$v = \sqrt{\frac{6.67\times10^{-11}\ \text{N·m}^2\text{·kg}^{-2} \times 5.98\times10^{24}\ \text{kg}}{(6370+540)\times10^3\ \text{m}}} = 7.6\times10^3\ \text{m·s}^{-1}$$ **(0.25 puntos)**

$$v = \frac{2\pi r}{T} \implies T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(6370+540)\times10^3\text{m}}{7.6\times10^3\ \text{m·s}^{-1}} = 5.7\times10^3\ \text{s}$$ **(0.25 puntos)**

b. La energía que se debe comunicar es la diferencia de energía mecánica que poseerá el satélite en la nueva orbita Em_f respecto a la que posee en la órbita de partida Em_i

$$Em = Ec + Ep = \frac{1}{2}mv^2 - GM_Tm\frac{1}{r} = \frac{1}{2}m\frac{GM_T}{r} - GM_Tm\frac{1}{r} = -GM_Tm\frac{1}{2r}$$ **(0.25 puntos)**

$$\Delta Em = Em_f - Em_i \implies \Delta Em = -GM_Tm\left(\frac{1}{2r_f} - \frac{1}{2r_{fi}}\right)$$ **(0.25 puntos)**

$$\Delta Em = -6.67\times10^{-11}\ \text{N·m}^2\text{·kg}^{-2} \times 5.98\times10^{24}\text{kg} \times 400\ \text{kg} \times \frac{1}{2\times10^3\text{m}}\left(\frac{1}{7000} - \frac{1}{(6370+540)}\right)$$

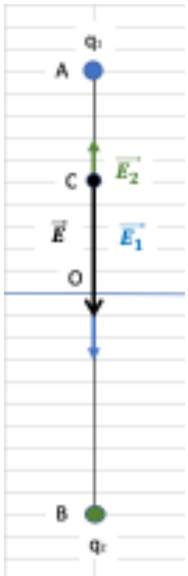
$$\Delta Em = 1.49\times10^3\text{J}$$ **(0.5 puntos)**

2. Dos cargas iguales de valor q en el vacío se colocan en los puntos A (0,20 m) y B (0,-20 m). Calcular:
   a. El campo eléctrico en el punto C (0,10 m) (1 punto)
   b. El trabajo para trasladar una carga -q desde el punto C hasta el origen de coordenadas. ¿Será trasladada la carga por las fuerzas del campo? Justifique la respuesta (1 punto)

SOLUCIÓN:

a. Aplicando el principio de superposición de campos el campo $\vec{E}$ en el punto C será el campo resultante de la suma del campo $\overrightarrow{E_1}$ debido a la carga q situado en el punto A y el campo $\overrightarrow{E_2}$ debido a la carga q situado en el punto B. $\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2}$ **(0.25 puntos)**

(0.25 puntos)



$$\vec{\mathrm{E}} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{10^2}\hat{\jmath} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{30^2}\hat{\jmath} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{8q}{30^2}\hat{\jmath} = \frac{-q}{450\pi\varepsilon_0}\hat{\jmath} \qquad (\mathbf{0.5\ puntos})$$

b. El trabajo para trasladar una carga -q desde C al origen de coordenadas.

El campo eléctrico es conservativo por tanto el trabajo que realizan las fuerzas del campo al trasladar una carga - q entre dos puntos C y O se corresponde con - ΔEp que experimenta la carga al pasar del punto C al punto O **(0.25 puntos)**

$$W_{C\to O} = -\Delta\mathrm{Ep} = E_{p_C} - E_{p_O} = -q(V_C - V_O) = -q\left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{10} + \frac{q}{30}\right) - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{20} + \frac{q}{20}\right)\right] \Rightarrow$$

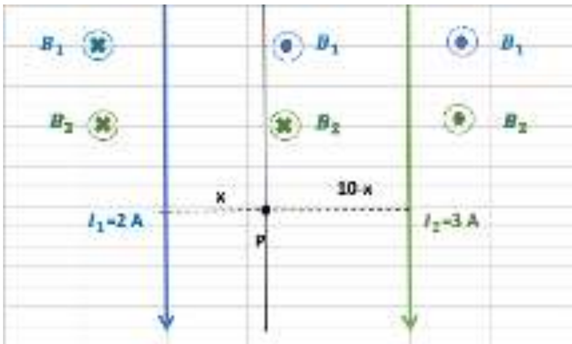
$$W_{C\to O} = \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2}{15} - \frac{1}{10}\right) = \frac{-q^2}{120\pi\varepsilon_0} \qquad (\mathbf{0.5\ puntos})$$

¿Será trasladada la carga por las fuerzas del campo? Justifique la respuesta
$W_{C\to O} < 0$ Las fuerzas del campo NO trasladarían la carga del punto C al origen de coordenadas O, se precisaría la acción de una fuerza externa. **(0.25 puntos)**

Dos conductores paralelos están situados en el vacío y separados 10 m entre ellos. Por ambos conductores circulan corrientes eléctricas en el mismo sentido y cuyas intensidades son 2A y 3A, respectivamente. Determine a que distancia de cada uno de los dos conductores el campo magnético resultante es nulo. (1 punto)

Dato: $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ N·A^{-2}

SOLUCIÓN:



(0.25 puntos)

Como puede verse en la figura, el campo $\vec{B} = \overrightarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2}$ sólo puede anularse en los puntos de la recta paralela a ambos conductores contenida en el plano que estos determinan.

Consideremos un punto P de esta recta. Para que $\vec{B}$ sea nulo en P los campos creados por ambos conductores deben ser opuestos $\overrightarrow{B_1} = -\overrightarrow{B_2}$ y por tanto. $B_1 = B_2$ **(0.25 puntos)**

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(10\ \text{m} - x)} \Rightarrow \frac{\mu_0 2\ \text{A}}{2\pi x} = \frac{\mu_0 3\ \text{A}}{2\pi(10\ \text{m} - x)} \Rightarrow 20\ \text{m} - 2x = 3x \Rightarrow$$

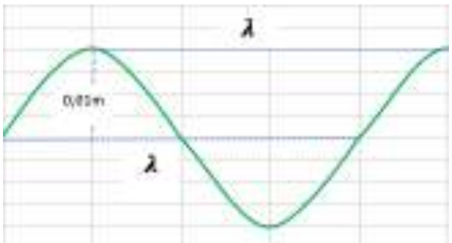
$$x = \frac{20\ \text{m}}{5} = 4\ \text{m del primer conductor y a 6 m del segundo conductor}$$ **(0.5 puntos)**

3. Sobre el extremo izquierdo de una cuerda tensa y horizontal se aplica un movimiento vibratorio armónico simple, perpendicular a la cuerda, que tiene una elongación máxima de 1cm y una frecuencia de 50 Hz. Como consecuencia, en la cuerda se produce una onda transversal que se propaga hacia la derecha con una velocidad de 40 m/s.
   a. Calcule la longitud de onda (0.5 puntos)
   b. Escriba la ecuación de la onda tomando como origen de tiempos el instante en el que el extremo de la cuerda tiene elongación nula y velocidad positiva (1 punto)
   c. Determine la velocidad máxima que alcanza un punto cualquiera de la cuerda (0.5 puntos)

SOLUCIÓN:

El enunciado del problema nos proporciona los siguientes datos:

$$\mathrm{v} = 40\ \mathrm{ms^{-1}} \quad \nu = 50\ \mathrm{Hz} \quad A = 10^{-2}\ \mathrm{m}$$



a. La longitud de onda se relaciona con la frecuencia de la onda y su velocidad de propagación

$$\mathrm{v} = \lambda\,\nu \qquad (\mathbf{0.25\ puntos})$$

$$v = 40\ \mathrm{ms^{-1}} = \lambda \times 50\ \mathrm{Hz} \Longrightarrow \lambda = \frac{40}{50} = 0.8\ \mathrm{m} \qquad (\mathbf{0.25\ puntos})$$

b. La ecuación general de una onda armónica transversal que se propaga en el sentido positivo del eje OX responde a la expresión:

$$y(x,t) = A\ sen\ (\omega t - kx + \varphi_0) \qquad (\mathbf{0.25\ puntos})$$

Donde. $\omega = 2\pi\nu$ y $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ En este caso $\omega = 100\pi\ \mathrm{rad\ s^{-1}}$ y $k = \frac{5\pi}{2}\ \mathrm{m^{-1}}$ $\Longrightarrow$

$$y(x,t) = 10^{-2} sen\left(100\pi t - \frac{5\pi}{2}x + \varphi_0\right) \qquad (\mathbf{0.25\ puntos})$$

Para determinar la fase inicial de la onda sabemos que $y(0,0) = 0$ y $\mathrm{v}(0,0) > 0 \Longrightarrow$

$$y(0,0) = 0 \Longrightarrow 0 = 10^{-2} sen\,\varphi_0 \Longrightarrow \varphi_0 = arcsen\ 0 \Longrightarrow \varphi_0 = 0 \text{ ó } \varphi_0 = \pi \qquad (\mathbf{0.25\ puntos})$$

Como $\mathrm{v}(0,0) > 0 \Longrightarrow \varphi_0 = 0$ La ecuación de la onda solicitada es:

$$y(x,t) = 10^{-2} sen\left(100\pi t - \frac{5\pi}{2}x\right) \text{ en unidades del S.I. } (\mathbf{0.25\ puntos})$$

Por análogo procedimiento se puede obtener la otra posible expresión de la ecuación de esta onda:

$$y(x,t) = 10^{-2} cos\left(100\pi t - \frac{5\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}\right) \text{ en unidades del S.I.}$$

c. $v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 10^{-2}\,100\pi\cos\left(100\pi t - \frac{5\pi}{2}x\right) = \pi\cos\left(100\pi t - \frac{5\pi}{2}x\right)$ **(0.25 puntos)**

$v_{máxima}(x,t) = \pi$ m·s^{-1} **(0.25 puntos)**

En un ensayo de calidad de un vidrio se miden los ángulos de refracción que sufre un rayo de luz monocromática cuando lo hacemos incidir desde el aire con diferentes ángulos sobre el vidrio. Los resultados se muestran en la tabla.

Ángulo de incidencia	20º	40º	60º	80º
Ángulo de refracción	16º	32º	46º	55º

d. Determine el índice de refracción del vidrio. (1 punto)
e. Considerando ambos medios, el aire y el vidrio ensayado, ¿en que condiciones se produciría reflexión total interna? (0.5 puntos)

SOLUCIÓN:

a. El tratamiento de los datos experimentales para determinar el índice de refracción por aplicación de la ley de Snell de la refracción:

$$n_1 sen\,\hat{\imath} = n_2 sen\,\hat{r}$$ **(0.25 puntos)**

nos lleva a los siguientes valores del índice de refracción n_2 del vidrio considerando que n_1 del aire es la unidad. **(0.5 puntos)**

$sen\,\hat{\imath}$	sen 20º	sen 40º	sen 60	sen 80
$sen\,\hat{r}$	sen 16º	sen 32º	sen 46º	sen 55º
$n_{vidrio} = \frac{sen\,\hat{\imath}}{sen\,\hat{r}}$	1.2	1.2	1.2	1.2

Consideramos que el valor real del índice de refracción del vidrio es el valor medio:

$$\overline{\boldsymbol{n_2}} = \mathbf{1.2} \quad (\mathbf{0.25\ puntos})$$

b. Para que se pueda producir reflexión total interna el rayo debe propagarse inicialmente en el medio más refringente (el vidrio) **(0.25 puntos)** e incidir entre la superficie de separación con el aire con un ángulo de incidencia superior al ángulo limite (56º), que es aquel al que le corresponde un ángulo de refracción máximo (90º)

$$n_{vidrio} sen\,\hat{l} = n_{aire} sen\,\widehat{90} \implies \hat{l} = arcsen\frac{1}{n_{vidrio}} = 56^{o}$$ **(0.25 puntos)**

4. Explique el efecto fotoeléctrico y calcule el trabajo de extracción del cátodo metálico en una célula fotoeléctrica sabiendo que la velocidad máxima con la que son emitidos los electrones es 4.2×10^{5} m·s^{-1} si sobre él incide una radiación de λ = 325 nm. (1.5 puntos) Determine el potencial de frenado de los electrones. (0.5 puntos)

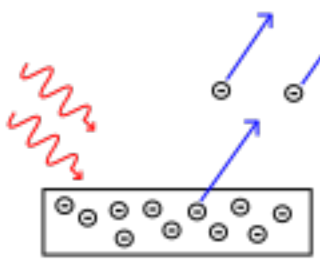
Datos: h = 6.63×10^{-34} J·s; c = 3×10^{8} m·s^{-1}; $q_e = 1.6\times10^{-19}$ C; $m_e = 9.11\times10^{-31}$ kg

SOLUCIÓN:

Para analizar el efecto fotoeléctrico utilizamos la ecuación derivada de la explicación de Einstein para este fenómeno y que podemos resumir en la siguiente expresión:

Energía de un fotón absorbido = Energía necesaria para liberar un electrón (trabajo de extracción, $\emptyset_0$) + Energía cinética del electrón emitido (E_k) **(0.25 puntos)**

$$E_{fotón} = \emptyset_0 + E_K \qquad \textbf{(0.25 puntos)}$$



Energía de un fotón absorbido $= h\nu = h\frac{c}{\lambda} \implies$

$$E_{fotón} = 6.63\times10^{-34}\,\text{J·s}\times\frac{3\ 10^{8}\ \text{ms}^{-1}}{325\ 10^{-9}\text{m}} = 6.12\times10^{-19}\ \text{J} \qquad \textbf{(0.5 puntos)}$$

Para este valor de la velocidad no se hacen necesarias correcciones relativistas para el cálculo de la energía cinética del electrón emitido E_K

$$E_K=\frac{1}{2}m_e v^2 \implies E_K=\frac{1}{2}\ 9.11\times10^{-31}\ \text{kg}\times(4.2\times10^{5}\ \text{m·s}^{-1})^2 = 8.04\times10^{-20}\ \text{J} \qquad \textbf{(0.25 puntos)}$$

Por diferencia entre ambas energías obtenemos el trabajo de extracción del metal solicitado:

$$\emptyset_0 = E_{fotón} - E_K \implies \emptyset_0 = 6.12\times10^{-19}\ \text{J} - 8.04\times10^{-20}\ \text{J} = 5.32\times10^{-19}\ \text{J} \qquad \textbf{(0.25 puntos)}$$

El potencial de frenado es la diferencia de potencial ΔVque se debe establecer en la región del espacio en la que queremos que el electrón vaya reduciendo su velocidad hasta detenerse:

$$|\Delta E_K| = |q\Delta V| \ \textbf{(0.25 puntos)} \implies \Delta V = \left|\frac{\Delta E_K}{q}\right| = \frac{8.04\times10^{-20}\ \text{J}}{1.60\times10^{-19}\ \text{C}} = 0.50\ \text{V} \qquad \textbf{(0.25 puntos)}$$

OPCIÓN B

1. La distancia entre los centros de dos objetos cuyas masas son 5×10^3 y 1.5×10^4 kg, respectivamente, es de 2 m. Determine y discuta la posición del punto o puntos en que la intensidad del campo gravitatorio es nula. En ese lugar, ¿cuál es el potencial del campo? (1.5 puntos)

Datos: $G = 6.67\times10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$

SOLUCIÓN:

El vector intensidad del campo gravitatorio debido a las dos masas sólo se puede anular completamente en una posición entre el eje que une ambas masas (que vamos a considerar como el eje x). **(0.25 puntos)**

Igualando los módulos de la intensidad del campo gravitatorio debidos a cada una de las masas y considerando el origen de coordenadas en la posición de la masa pequeña (5000 kg), podemos determinar la posición en la que la intensidad del campo gravitatorio total es nula. **(0.25 puntos)**

$$g_1 = g_2 \Longrightarrow \frac{Gm_1}{x^2} = \frac{Gm_2}{(2-x)^2} \Longrightarrow (m_1 - m_2)x^2 - 4xm_1 + 4m_1 = 0$$

$$\Longrightarrow (5000 - 15000)x^2 - 20000x + 20000 = 0 \Longrightarrow x = 0.73\ \text{m} \qquad \textbf{(0.5 puntos)}$$

El potencial gravitatorio en ese punto será:

(0.25 puntos) **(0.25 puntos)**

$$V = \frac{-Gm_1}{x} + \frac{-Gm_2}{(2-x)}\ \frac{\text{J}}{\text{kg}} = \frac{-5000G}{0.73} + \frac{-15000G}{(2-0.73)}\ \frac{\text{J}}{\text{kg}} = -1.24\times10^{-6}\ \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

2. Una corriente eléctrica de intensidad 3 A circula por un conductor rectilíneo. Calcule la inducción de campo magnético generado en un punto situado a 10 cm del conductor. (1.5 puntos)
   Una carga de 20 μC se mueve paralelamente al conductor a 10 cm de distancia de éste y en el mismo sentido que la corriente eléctrica. Si la velocidad de la carga es de 10^5 m/s ¿Qué fuerza experimenta? (1 punto). Esa fuerza, ¿será de atracción o repulsión? (0.5 puntos)

Dato: $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ N·A^{-2}

SOLUCIÓN:

A una distancia *d* de un conductor por el que circula una corriente eléctrica de intensidad *I*, el módulo de la inducción magnética viene dado por:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{d}(\overrightarrow{u_t} \times \overrightarrow{u_r}) \Longrightarrow \vec{B} = 6 \times 10^{-6} T\ (\overrightarrow{u_t} \times \overrightarrow{u_r}) \qquad B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{d} \Longrightarrow B = 6 \times 10^{-6}\ \mathrm{T}$$

(0.5 puntos) **(1 punto)** **ó** **(0.75 puntos)**

Siendo $\overrightarrow{u_t}$ el vector unitario en el sentido de la corriente y $\overrightarrow{u_r}$ el vector unitario que señala la posición del punto que está a una distancia d.

La fuerza sobre la carga en movimiento en el seno del campo magnético creado por el conductor viene dada por:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = 20 \times 10^{-6} \times 10^5 \times 6 \times 10^{-6}\ [\overrightarrow{u_t} \times (\overrightarrow{u_t} \times \overrightarrow{u_r})] = 1.2 \times 10^{-5}\ (-\overrightarrow{u_r})\ \mathrm{N}$$

(0.5 puntos) **(0.5 puntos)**

La fuerza apunta hacia el conductor rectilíneo, luego es de atracción. **(0.5 puntos)**

3. Utilizando una potente linterna, un buceador sumergido en una piscina emite un rayo de luz que incide sobre el fondo que resulta ser un medio transparente. Si el ángulo de incidencia es de 70º el rayo de luz se refleja, pero si el ángulo es menor se refracta.

   a. Calcule el índice de refracción del fondo de la piscina. (1 punto)
   b. Determine el ángulo de incidencia para el cual se observa que los rayos reflejado y refractado son mutuamente perpendiculares. (1 punto)
   c. El buceador saca parcialmente el brazo extendido fuera del agua (formando un ángulo menor de 90º con la superficie del agua); sin embargo, lo observa doblado. Explique razonadamente y con trazado de rayos la causa de este fenómeno (0.75 puntos)
   d. Si el buceador se quitase las gafas bajo el agua tendría una percepción de las imágenes como si fuese hipermétrope. Explique el concepto de hipermetropía y cómo se puede corregir con una lente. (0.75 puntos)

SOLUCIÓN:

a. Si consideramos que el ángulo límite entre el agua y el segundo medio (transparente) es 70º, y utilizando la Ley de Snell:

(0.5 puntos)

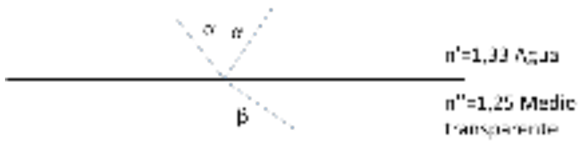
$$n' sen\alpha_{\lim} = n'' \Longrightarrow n'' = 1.33\ sen70° = 1.25 \qquad \textbf{(0.5 puntos)}$$

b. Utilizando de nuevo la Ley de Snell,

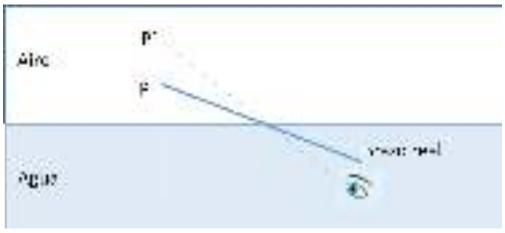
(0.25 puntos) **(0.25 puntos)**

$$n' sen\alpha = n'' sen\beta \Longrightarrow n' sen\alpha = n'' sen(90-\alpha) \Longrightarrow n' sen\alpha = n'' cos\alpha$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{n''}{n'}\right) = arctg\left(\frac{1.25}{1.33}\right) = 43.22° \qquad \textbf{(0.5 puntos)}$$



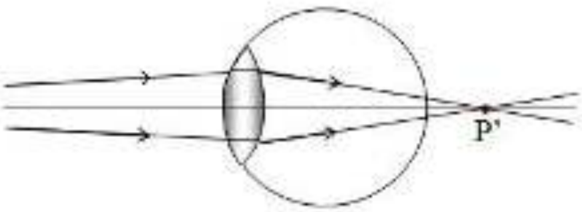
c. La posición aparente del brazo varía ya que el ojo sitúa su posición prolongando en línea recta hacia atrás, los rayos que le llegan del mismo. Estos rayos de luz han sido refractados al atravesar un medio con otro índice de refracción **(0.25 puntos).** El buceador observa el extremo de la mano (punto P) en la posición virtual P'



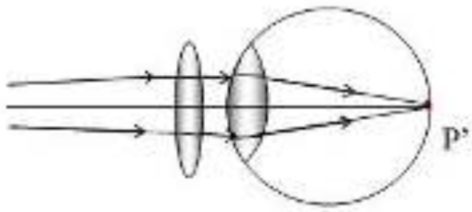
(0.5 puntos)

d. El ojo hipermétrope es el que, en reposo, forma las imágenes detrás de la retina, por lo tanto, la imagen que llega y que recibe el cerebro es borrosa. Así, cuando el individuo se acerca más al objeto la visión será aún más borrosa **(0.25 puntos).**

(0.25 puntos)



Ojo hipermétrope: el cristalino forma la imagen P' de un punto P muy alejado en un punto detrás de la retina



Ojo hipermétrope con corrección: una lente convergente acerca más los rayos y el cristalino forma la imagen en la retina

(0.25 puntos)

4. Para una radiación incidente de 10^{15} Hz los fotoelectrones emitidos por una superficie metálica de aluminio tienen una energía cinética máxima de 10^{-20} J. Calcule:

   a. El trabajo de extracción o función de trabajo expresada en eV (0.75 puntos)
   b. La longitud de onda umbral expresada en nm (0.75 puntos)
   c. Cuando la superficie del metal se ha oxidado, la energía cinética máxima para la misma radiación incidente se reduce. Razone cómo cambian, debido a la oxidación del metal, la frecuencia umbral de emisión y la función trabajo. (0.5 puntos)

Datos: $h = 6.63\times10^{-34}$ J·s; $c = 3\times10^{8}$ m·s^{-1}; $q_e = 1.6\times10^{-19}$ C

SOLUCIÓN:

$$h\nu = \Phi_{\text{trabajo}} + E_{c\,\text{max}} \qquad \textbf{(0.25 puntos)}$$

$$\Phi_{\text{trabajo}} = 6.63 \times 10^{-34} \times 10^{15} - 10^{20} = 6.53 \times 10^{-19}\ \text{J} = 4.08\ \text{eV}$$

(0.25 puntos) **(0.25 puntos)**

$$h\nu = h\frac{c}{\lambda_{\text{umbral}}} = \Phi_{\text{trabajo}} \Longrightarrow \lambda_{\text{umbral}} = \frac{3 \times 10^{8}}{0.98 \times 10^{15}}\ \frac{\text{m·s}^{-1}}{\text{s}^{-1}} = 3.05 \times 10^{-7}\ \text{m} \Longrightarrow \lambda = 305\ \text{nm}$$

(0.25 puntos) **(0.25 puntos)** **(0.25 puntos)**

Al oxidarse se reduce la energía cinética máxima lo que indica que aumenta la función de trabajo y por tanto la frecuencia umbral de emisión**. (0.5 puntos)**