



PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -3 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) (1,5 puntos) Encontrar, si existe, una matriz X tal que $3X + 2A = BC$.

b) (2 puntos) Encontrar, si existe, la matriz inversa de A .

2. Tenemos que invertir en un fondo de inversión una cantidad de dinero mayor o igual que 1000 euros y menor o igual que 9000 euros. El beneficio B que se obtiene depende de la cantidad invertida x de la siguiente manera:

$$B(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } 1 \leq x < 4 \\ -x^2 + 10x - 21 & \text{si } 4 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

donde tanto x como $B(x)$ están expresadas en miles de euros.

a) (1 punto) Estudiar la continuidad de la función B en el intervalo $(1,9)$.

b) (1 punto) ¿Para qué valores de $x \in [1,9]$ el beneficio es positivo?

c) (1,5 puntos) Encontrar el máximo valor que alcanza el beneficio con $x \in [4,9]$.

3. Una madre y su hija lanzan un dado cada una. La que obtiene la puntuación más alta gana y si las dos obtienen la misma puntuación entonces gana la hija.

a) (1,5 puntos) Calcular la probabilidad de que gane la hija.

b) (1,5 puntos) Si ha ganado la madre, ¿cuál es la probabilidad de que la puntuación obtenida por la hija haya sido 4?

OPCIÓN B

1. (3,5 puntos) Una empresa va a invertir en dos productos financieros A y B, para lo cual dispone de un total de 12 millones de euros, aunque no es necesario que invierta todo el dinero. Por razones legales debe invertir al menos 2 millones de euros en cada uno de los dos productos A y B y, además, tiene que invertir en A al menos el doble de lo que invierta en B.

El beneficio que le reporta cada euro invertido en el producto A es de 0,2 euros y el beneficio que le reporta cada euro invertido en el producto B es de 0,4 euros, mientras que por cada euro que no invierta en ninguno de los dos productos tendrá un beneficio de 0,3 euros. ¿Qué cantidad de dinero debe invertir la empresa en cada producto para maximizar su beneficio? ¿Cuál será el beneficio máximo que obtendrá?

2. a) (2 puntos) Encontrar los extremos absolutos de la función:

$$f(x) = -2x^2 + 12x - 16$$

en el intervalo $x \in [1,4]$

- b) (1,5 puntos) Calcular:

$$\int_1^2 \left(\frac{4}{x} - 6x \right) dx$$

3. El peso (en gramos) de las naranjas de un agricultor es aleatorio, con distribución normal de desviación típica igual a 30 gramos. Queremos construir un intervalo de confianza para la media del peso de las naranjas del agricultor.

- a) (2 puntos) Determinar el tamaño de la muestra para que el intervalo de confianza del 98% tenga una amplitud menor o igual que 10 gramos.
- b) (1 punto) Decidimos tomar una muestra de tamaño 100; pesamos las 100 naranjas y calculamos su promedio, que es igual a 160 gramos. Construir el intervalo de confianza del 98% para la media del peso de las naranjas del agricultor.

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes

CUESTIONES GENERALES:

En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de cada forma de resolución; aún así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio. En todo caso, debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.

Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,1 puntos. Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector.

OPCIÓN A

1. **a)** Calcular la matriz BC *0,5 puntos*. Encontrar la matriz X *1 punto* (si el resultado lo ponen con el $1/3$ fuera de la matriz, se les descontará 0,1 puntos, ya que el ejercicio no está completamente terminado).
b) (*2 puntos*) Si lo resuelven por el método de menores: cálculo del determinante *0,5 puntos*, cálculo de los menores *0,5 puntos*, asignar signo correcto dependiendo de la paridad *0,5 puntos*, dividir por el determinante y trasponer la matriz (al final o en el momento de calcular los menores) para llegar a la inversa *0,5 puntos*.
2. **a)** Justificar que es continua en $(1,4) \cup (4,9)$ *0,5 puntos*. Justificar que es continua en 4 *0,5 puntos*.
b) Deducir que es positiva en $(1,4)$ *0,5 puntos* (la inclusión de 1 descuenta 0,1 puntos).
Deducir que es positiva en $[4,7)$ *0,5 puntos* (la inclusión de 7 descuenta 0,1 puntos).
c) Calcular la derivada *0,5 puntos*. Encontrar el máximo relativo en $x = 5$ *0,5 puntos*. Deducir que $x = 5$ es el máximo absoluto *0,5 puntos*. Si no se da el valor del beneficio máximo o no se da en las correctas unidades se descontarán 0,25 puntos. Al tratarse de una parábola puede deducirse el máximo sin necesidad de derivar, lo que se considerará correcto si se razona adecuadamente.
3. **a)** Reconocer la fórmula a utilizar (teorema de la probabilidad total, árbol, casos favorables entre casos posibles con el adecuado espacio muestral...) *0,5 puntos*. Sustituir correctamente y calcular *1 punto*.
b) Reconocer la fórmula a utilizar (teorema de Bayes u otra si es correcta) *0,5 puntos*. Sustituir correctamente y calcular *1 punto*. (Si en el denominador se usa $1 - P$ (apartado (a)) se considerará aquí válido el valor del apartado (a) aunque sea erróneo).

OPCIÓN B

- 1.** Escribir la función objetivo *0,75 puntos* (se penaliza con 0,25 puntos no incorporar correctamente la parte $+0,3(12 - x - y)$). Escribir las restricciones *0,5 puntos*. Dibujar correctamente la región factible *0,5 puntos* y encontrar los puntos extremos *1 punto* (si encuentran los puntos extremos correctamente sin haber dibujado la región factible se asignan los 1,5 puntos). Encontrar el punto óptimo *0,5 puntos*. Dar el valor del beneficio máximo *0,25 puntos*.

- 2. a)** Hacer la derivada *0,5 puntos*. Encontrar punto crítico y deducir que es máximo relativo *0,5 puntos* (como la función es una parábola pueden deducir que sólo hay un punto crítico, máximo y su valor sin hacer la derivada, en cuyo caso se les asigna 1 punto). Razonar que el máximo relativo es absoluto *0,5 puntos*. Encontrar el mínimo absoluto *0,5 puntos*.
b) Encontrar la primitiva *1 punto* (0,5 puntos por cada sumando). Sustituir los límites *0,5 puntos*.

- 3. a)** Saber qué cuantil buscar *0,5 puntos*. Encontrarlo *0,5 puntos*. Poner la fórmula del error *0,5 puntos*. Sustituir y calcular n *0,5 puntos* (si se deja el valor n no entero o se toma el anterior en vez del posterior entero se restan 0,1 puntos).
b) Calcular el error (semiamplitud del intervalo) *0,5 puntos*; en esta parte se dará como correcto el cuantil del apartado (a), aunque no lo sea. Poner la fórmula del IC y calcularlo *0,5 puntos*.